

Primeira Prova

Fundamentos Estatísticos para Ciência dos Dados

16/04/2015

1. Qual das seguintes funções corresponde a uma função de distribuição acumulada (fda) de probabilidade? Para aquelas não são, explicar o que falha.

$$(A) F(x) = \begin{cases} 1 - x^2, & \text{se } x \in (0, 1) \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (B) F(x) = \begin{cases} 0, & \text{se } x < 0 \\ 1/2, & \text{se } 0 \leq x < 1 \\ 1, & \text{se } 1 \leq x < 2 \end{cases} \quad (C) F(x) = \begin{cases} x^2, & \text{se } x \in (0, 2) \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

2. A Figura 1 mostra uma rede com quatro nós e cinco arestas. Suponha que cada conexão falha com probabilidade 0.10 e que as falhas de conexões sejam eventos independentes uns dos outros. Calcule a probabilidade de que exista um caminho ativo de B para C .

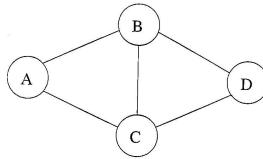


Figura 1: Rede com quatro nós.

3. Um sistema de despacho dispara mensagens a cada 20 minutos a partir da meia noite. Uma requisição chega nos primeiros 20 minutos após a meia noite. Seja X o tempo aleatório da chegada desta requisição a partir da meia noite (em minutos). Sabe-se que a densidade de X é dada por

$$f(x) = \begin{cases} cx, & \text{se } x \in (0, 20) \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

Mostre que a constante c da densidade acima é igual a $1/200$. A seguir, obtenha o valor esperado do tempo transcorrido entre a chegada da requisição e a próxima mensagem a ser enviada.

4. Um dado bem equilibrado é lançado independentemente. Considera-se que ocorreu sucesso se sair a face 1 ou 2. O dado é lançado sucessivamente e de forma independente até que ocorra o SEGUNDO sucesso. Descreva o espaço amostral deste experimento e atribua probabilidades aos resultados possíveis.
5. A variável aleatória X assume valores no intervalo $[0, 1]$ e a sua função densidade de probabilidade é $f(x) = 2 - 2x$.

- Encontre $\mathbb{E}(X)$ e $\mathbb{F}(x) = \mathbb{P}(X \leq x)$.
- Gerei um número aleatório com distribuição UNIFORME em $(0, 1)$ e obtive $u = 0.135$. Use este valor gerado para obter um número aleatório em $(0, 1)$ gerado de acordo com a distribuição de X .

6. Um sistema é formado por dois subsistemas A e B . Suponha que as seguintes probabilidades sejam conhecidas: $\mathbb{P}(A \text{ falhe}) = 0.20$, $\mathbb{P}(A \text{ e } B \text{ falhem}) = 0.15$, e $\mathbb{P}(B \text{ falhe SOZINHO}) = 0.15$.

Usando estas três probabilidades obtenha $\mathbb{P}(B \text{ falhe})$. A seguir, obtenha $\mathbb{P}(A \text{ falhe } | B \text{ falhou})$ e $\mathbb{P}(A \text{ falhe SOZINHO})$.