

Primeira Prova

Fundamentos Estatísticos para Ciência dos Dados

15/04/2019

1. **4 PONTOS** Seja X uma v.a. contínua com densidade de probabilidade

$$f(x) = \begin{cases} cx^2, & \text{se } x \in (0, 1) \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

- Ache o valor da constante de integração c .
- Obtenha a probabilidade $\mathbb{P}(X \in (0.2, 0.3))$
- Obtenha a função distribuição acumulada $\mathbb{F}(x) = \mathbb{P}(X \leq x)$
- Calcule a esperança $\mu = \mathbb{E}(X)$.

2. **4 PONTOS** Uma moeda desonesta tem probabilidade de sair cara igual a θ . os lançamentos sucessivos são independentes. A moeda é lançada sucessivamente até que a *segunda* cara apareça. Seja X a v.a. que conta o número de lançamentos que foram necessários.

- Qual a lista de valores possíveis para a v.a. X ?
- Obtenha a probabilidade $\mathbb{P}(X = 2)$, $\mathbb{P}(X = 3)$, $\mathbb{P}(X = 4)$ e $\mathbb{P}(X = 5)$.
- Generalize agora obtendo $\mathbb{P}(X = k)$ para todos os valores k que são possíveis.

3. **4 PONTOS** Paulo visita seu médico e descobre que ele tem hematúria microscópica - sangue em sua urina que só é visível sob um microscópio. O médico informa a Paulo que esse sintoma ocorre em cerca de 95 por cento das pessoas com câncer nos rins e em 10 por cento das demais pessoas (sem câncer nos rins). Câncer nos rins ocorre aproximadamente em 14 de cada 100 mil pessoas. Dado que ele tem hematúria microscópica, qual a probabilidade de que Paulo tenha câncer renal?

4. **4 PONTOS** Um canal transmite 0's e 1's. Ele pode distorcer o sinal de modo que com probabilidade 0.01 cada bit pode ser trocado de valor. Assuma que os bits sucessivos podem ser distorcidos de forma independente uns dos outros. Para reduzir a probabilidade de erro, o receptor particiona o stream de bits em blocos disjuntos de 10 bits cada e aplica um algoritmo corretor de código em cada bloco. Se no máximo um bit estiver sendo transmitido com erro num bloco, o receptor deduz sem erro o código correto. Se mais de um bit estiver errado, o algoritmo ocasionalmente consegue corrigir o código. Obtenha um limite superior para a probabilidade de que um bloco seja decodificado incorretamente.

5. **4 PONTOS** Um certo programa tem duas instruções condicionais *IF*:

```
If (1st boolean condition) Then
    (consequent A)
End If
If (2nd boolean condition) Then
    (consequent B)
End If
```

Rodou-se o programa em 1000 inputs distintos representativos do uso futuro que se quer dar ao programa. Em 87 destas 1000 instâncias, *apenas* a instrução *A* do primeiro *IF* foi executada. Em 90 das 1000 instâncias, *apenas* a instrução *B* foi executada e em 12 das 1000 execuções ambas, *A* e *B*, foram executadas. Sera razoável supor que a execução do primeiro *IF* é um evento independente da execução do segundo *IF*?

6. **2 PONTOS EXTRA** Se uma variável aleatória X possui distribuição exponencial com parâmetro λ , obtenha $\mathbb{E}(X)$ (DICA: integral por partes com $u = x$ e $dv = \exp(-\lambda x)dx$)

Fórmulas:

Binomial: $\mathbb{P}(X = k) = \binom{n}{k} \theta^k (1 - \theta)^{n-k}$

Poisson: $\mathbb{P}(X = k) = \lambda^k \exp(-\lambda)/k!$

Exponencial: $f(x) = \lambda \exp(-\lambda x)$

Gaussiana (normal): $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp(-(x - \mu)^2/(2\sigma^2))$