

# Primeira Prova - FECD

2020

1. **4 PONTOS** Seja  $X$  uma v.a. contínua com densidade de probabilidade concentrada no intervalo  $(0, 2)$ :

$$f(x) = \begin{cases} ce^{-2x}, & \text{se } x \in (0, 2) \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

- Ache o valor da constante de integração  $c$ .
  - Obtenha a probabilidade  $\mathbb{P}(X \in (0.5, 1.0))$
  - Obtenha a função distribuição acumulada  $F(x) = \mathbb{P}(X \leq x)$
  - Calcule a esperança  $\mu = \mathbb{E}(X)$ .
2. **4 PONTOS** A soldagem é a maneira mais econômica e eficiente de juntar metais permanentemente. Ela é amplamente usada na produção de caldeiras, vasos de pressão e estruturas marítimas. O controle da qualidade da solda é muito importante para essas indústrias. Um sistema de detecção de falhas em soldas de circuitos eletrônicos foi construído usando aprendizado de máquina. Usando o microfone, os sinais sonoros são capturados durante o processo de soldagem e certas características desses sinais são usadas como features numa árvore de decisão. Após a soldagem, os corpos de prova foram inspecionados e classificados como boa solda ou como solda defeituosa (solda com falta de fusão ou queima). O modelo é capaz de detectar 80% das soldas defeituosas, mas também incorretamente indica como defeituosas 5% das boas soldas. Experiência passada leva à estimativa de que 1% das soldas são defeituosas. Qual a probabilidade de que uma solda que o sistema de detecção tenha indicado como defeituosa seja, de fato, uma boa solda?
3. **4 PONTOS** Uma variável aleatória  $X$  possui distribuição Poisson com parâmetro  $\lambda$ . Mostre que  $\mathbb{E}(X) = \lambda$ .
4. **4 PONTOS** O erro do sensor de um robô na determinação de sua posição  $(x, y)$  é uma quantidade aleatória. O erro ao longo da coordenada horizontal segue uma distribuição gaussiana  $Z = N(0, 2)$ . Considere o tamanho do erro:  $W = |Z|$ . Qual a densidade de probabilidade de  $W$ ? Obtenha também  $\mathbb{E}(W)$ .
5. **4 PONTOS** No jogo de tabuleiro Banco Imobiliário, uma maneira de sair da prisão é jogar os dois dados bem equilibrados e obter uma dupla (obter o mesmo número nos dois dados). O jogador continua lançando os dois dados até sair da prisão. Seja  $X$  a v.a. que conta o número de rolagens da dupla de dados que foram necessários.
- Qual a lista de valores possíveis para a v.a.  $X$ ?
  - Obtenha  $\mathbb{P}(X = k)$ .
  - Obtenha  $\mathbb{E}(X)$