

Primeira Prova - FECD

April 2023

1. Suppose there is a rare disease that affects 1 in 1000 people, and there is a diagnostic test for the disease. The test results can be positive (indicating the presence of the disease), negative (indicating the absence of the disease), or inconclusive. The test is positive 99% of the time for people who have the disease. It is negative 95% of the time for people who do not have the disease, and inconclusive 3% of the time for both, those who have the disease and those who do not have the disease. If a person takes the test and gets a positive result, what is the probability that this person actually has the disease? (pode deixar as contas apenas indicadas).

2. Pacientes com linfoma de Hodgkins (um tipo de câncer do sistema linfático) são classificados de acordo com sua resposta a um certo tratamento (3 respostas possíveis) e seu tipo histológico (4 tipos). A probabilidade de cair em cada uma das 12 categorias possíveis é dada na tabela abaixo:

Tipo Histológico	Resposta		
	Positiva	Parcial	Sem Resposta
LP	0.14	0.03	0.02
NS	0.13	0.03	0.02
MC	0.29	0.10	0.11
LD	0.03	0.02	0.08

Obtenha as seguintes probabilidades: $\mathbb{P}(\text{Resp Parcial})$, $\mathbb{P}(LP)$, $\mathbb{P}(LP|\text{Resp Parcial})$, $\mathbb{P}(\text{Resp Parcial}|LP)$ (pode deixar as contas apenas indicadas).

3. Suppose we have a simple discrete random variable X that can take on the values 1, 2, 3, and 4 with the following probabilities: $\mathbb{P}(X = 1) = 0.4$, $\mathbb{P}(X = 2) = 0.3$, $\mathbb{P}(X = 3) = 0.2$, $\mathbb{P}(X = 4) = 0.1$. Calculate the expected value $\mathbb{E}(X)$ and the variance $\mathbb{V}(X)$. You don't have to finish the calculations, you can just leave them indicated.
4. Suppose we have a simple continuous random variable X that can take on the values on the interval $[0, 1]$ with probability density function given by $f(x) = 2x$ in the interval $[0, 1]$ (and equal to zero elsewhere). Obtain the probability density function $\mathbb{F}(x) = \mathbb{P}(X \leq x)$ for $x \in (-\infty, \infty)$. Also, obtain the expected value $\mathbb{E}(X)$.
5. Um estudo observacional foi conduzido para investigar o impacto da atividade física na prevenção de doenças cardíacas (CHD). Um grande número de jovens saudáveis e sem CHD foi selecionado e acompanhado por muitos anos. O grau de atividade física de cada um deles foi monitorado, assim como o desenvolvimento de eventuais problemas cardíacos. Uma forte associação foi encontrada entre as duas variáveis: pessoas com menos atividade física eram mais propensas a desenvolver CHD. Por que essa associação não nos permite concluir decisivamente que a atividade física contribui para reduzir o risco de CHD?