1. A Tabela abaixo mostra a distribuição conjunta do vetor aleatório discreto (X, Y). Obtenha: (a) a distribuição marginal da variável X, (b) a distribuição condicional $(Y|X = 1)$, (c) a distribuição condicional $(X|Y = 0)$ e (d) a distribuição condicional $(X|Y = 1)$.

$y\|x$	$x = 0$	$x = 1$	$x = 2$
$y = 0$	0.2	0.2	0.30
$y = 1$	0.2	0	0.05
$y = 2$	0	0	0.05

2. O gráfico na Figura 1 exibe uma amostra do vetor aletório (X, Y) com certa densidade normal bivariada $f(x, y)$. Com base neste gráfico, identifique a opção correta para o vetor esperado $\boldsymbol{\mu}$ e para a matriz de covariâncias $\boldsymbol{\Sigma}$:

   - (a) $\boldsymbol{\mu} = (0, 0)$, (b) $\boldsymbol{\mu} = (10, 10)$, (c) $\boldsymbol{\mu} = (10, 35)$, (d) $\boldsymbol{\mu} = (35, 10)$ (e) $\boldsymbol{\mu} = (35, 35)$
   - (a) $\boldsymbol{\Sigma} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2.5 \end{bmatrix}$, (b) $\boldsymbol{\Sigma} = \begin{bmatrix} 1 & -0.4 \\ -0.4 & 2.5^2 \end{bmatrix}$, (c) $\boldsymbol{\Sigma} = \begin{bmatrix} 2.5^2 & 0.4 \\ 0.4 & 1 \end{bmatrix}$, (d) $\boldsymbol{\Sigma} = \begin{bmatrix} 1 & 0.9 * 2.5 \\ 0.9 * 2.5 & 2.5^2 \end{bmatrix}$, e (e) $\boldsymbol{\Sigma} = \begin{bmatrix} 0.9 * 2.5 & 1 \\ 2.5^2 & 0.9 * 2.5 \end{bmatrix}$,

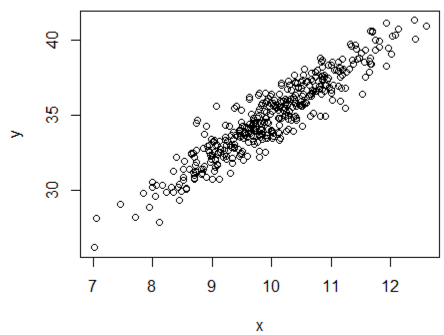

Figura 1: Amostra de um vetor aleatório (X, Y).

3. Considerando a densidade normal bivariada $f(x, y)$ que gerou a amostra de dados na Figura 1, diga, sem fazer nenhuma conta e usando apenas a visualização da amostra, qual é aproximadamente a distribuição condicional de $(X|Y = 40)$.

4. Suponha que o vetor aleatório contínuo e positivo $\mathbf{X} = (X_1, X_2)$ possui a densidade $f_1(\mathbf{x}) = 6 \exp(-(3x_1 + 2x_2))$ quando o indivíduo pertence à população 1. Quando ele pertence à população 2, temos $f_2(\mathbf{x}) = \exp(-(x_1 + x_2))$. O custo $c(1|2)$ do erro de classificar erradamente no grupo 1 um indivíduo do grupo 2 é 3 vezes maior que o custo contrário $c(2|1)$ de colocar no grupo 2 alguém do grupo 1. Se o grupo 1 constitui 90% da população total, mostre que a região ótima R_1 de classificação no grupo 1 é dada pelo semi-plano $2x_1 + x_2 \leq \log(18)$.

5. Um provedor de serviços de telefonia está analisando a força do sinal de sua rede. Seja (X, Y) as coordenadas da posição de um certo cliente em relação à torre de celular mais próxima (isto é, assuma que a torre está na origem $(0, 0)$). Analisando os dados, a companhia descobriu que a distribuição de probabilidade da posição (X, Y) deste cliente segue uma densidade de probabilidade conjunta dada por

$$f(x, y) = \begin{cases} x^2 + y^2, & \text{se } -1 < x < 1 \text{ e } -1 < y < 1 \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

   - Encontre a densidade marginal $f(x)$.
   - Encontre a probabilidade $\mathbb{P}(X \in (0.5, 1) \text{ e } Y \in (0.5, 1))$