

UM POUCO DE PROBABILIDADES BASEADO EM TUCKER (1995), AP. A.3

Newton José Vieira

UFMG

28 de agosto de 2007

Alguns Exemplos

Qual é a probabilidade de:

- Obter pelo menos 7 caras em 10 lançamentos de uma moeda?
- Receber uma mão de 5 cartas no poker com um par ou melhor?
- Encontrar uma calculadora defeituosa em uma amostra de 20 máquinas, se 5% das máquinas a partir das quais a amostra foi retirada são defeituosas?

Alguns Exemplos

Qual é a probabilidade de:

- Obter pelo menos 7 caras em 10 lançamentos de uma moeda?
- Receber uma mão de 5 cartas no poker com um par ou melhor?
- Encontrar uma calculadora defeituosa em uma amostra de 20 máquinas, se 5% das máquinas a partir das quais a amostra foi retirada são defeituosas?

Laplace há mais de 200 anos atrás formulou:

$$\text{Probabilidade} = \frac{\text{número de casos favoráveis}}{\text{número total de casos}}$$

⇒ Casos devem ser equiprováveis.

Terminologia

• **Experimento:**

Procedimento que produz um resultado dentre um conjunto de resultados possíveis.

• **Evento elementar:**

Um resultado possível.

• **Espaço amostral:**

Conjunto dos resultados possíveis.

• **Evento composto:**

Subconjunto do espaço amostral.

Terminologia/Exemplos

- Experimento: lançamento de um dado.
 - Espaço amostral: $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$.
 - Evento elementar: 3.
 - Evento composto: $\{2, 4, 6\}$ (ocorrência de um número par).

Terminologia/Exemplos

- Experimento: lançamento de um dado.
 - Espaço amostral: $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$.
 - Evento elementar: 3.
 - Evento composto: $\{2, 4, 6\}$ (ocorrência de um número par).
- Experimento: retirada de 4 cartas de um baralho.
 - Espaço amostral: conjunto de todas as mãos de 4 cartas.
 - Evento elementar: os quatro ases.
 - Evento composto: quatro cartas de copas.

Fórmula de Laplace mais precisamente

- Sendo

S o espaço amostral, e
 E um evento em S :

$$\text{prob}(E) = \frac{N(E)}{N(S)}.$$

Fórmula de Laplace mais precisamente

- Sendo

S o espaço amostral, e
 E um evento em S :

$$\text{prob}(E) = \frac{N(E)}{N(S)}.$$

- Exemplo: probabilidade de obter número par no lançamento de um dado.

$$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}.$$

$$E = \{2, 4, 6\}.$$

$$\text{prob}(E) = \frac{N(E)}{N(S)} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}.$$

Ensaio

- Um experimento pode ser composto de vários ensaios. (Um evento elementar é composto de várias partes.)
- Exemplo: lançando-se uma moeda três vezes, qual a probabilidade de se obter cara exatamente duas vezes?

$$S = \{hhh, hht, hth, htt, thh, tht, tth, ttt\}.$$

$$E = \{hht, hth, thh\}.$$

$$\text{prob}(E) = \frac{N(E)}{N(S)} = \frac{3}{8}.$$

Mais um exemplo

- Exemplo: lançando-se um dado duas vezes, qual a probabilidade de se obter a soma 7?

$$S = \{(i, j) \mid 1 \leq i \leq 6 \text{ e } 1 \leq j \leq 6\}.$$

$$E = \{(1, 6), (2, 5), (3, 4), (4, 3), (5, 2), (6, 1)\}.$$

$$\text{prob}(E) = \frac{N(E)}{N(S)} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}.$$

Mais um exemplo

- Exemplo: dada uma caixa com 5 bolas vermelhas idênticas e 20 bolas pretas idênticas, qual a probabilidade de se retirar uma bola vermelha?

$S =$ o conjunto das 25 bolas (são 25 eventos diferentes, um para cada bola).

$E =$ o conjunto das 5 bolas vermelhas.

$$\text{prob}(E) = \frac{N(E)}{N(S)} = \frac{5}{25} = \frac{1}{5}.$$

- Regra dos objetos idênticos:

Em probabilidade, não existem coleções de objetos idênticos; todos os objetos são distinguíveis uns dos outros.

Mais um exemplo

- Exemplo: dada uma caixa com 5 bolas vermelhas idênticas e 20 bolas pretas idênticas, qual a probabilidade de se retirar uma bola vermelha e, em seguida, uma bola preta?

$$S = \{(a, b) \mid a \text{ e } b \text{ são bolas dentre as 25 e } a \neq b\}.$$

$$E = \{(a, b) \in S \mid a \text{ é vermelha e } b \text{ é preta}\}.$$

$$\text{prob}(E) = \frac{N(E)}{N(S)} = \frac{5 \times 20}{25 \times 24} = \frac{1}{6}.$$

FIM