

Pós Graduação em Ciência da Computação
DCC-808 Programação Não Linear 2018/1
Prova #1

Prof. Alexandre Salles da Cunha

acunha@dcc.ufmg.br

Junho de 2018

Questão 1: Considere a função $f(x, y) = x^2 + y^2 + xy - 3x$.

1. Encontre um mínimo local irrestrito de f .
2. Este ponto é um ponto de mínimo global ? Justifique.
3. Se o Método do Gradiente fosse empregado para encontrar o mínimo irrestrito, qual deveria ser sua taxa de convergência ?
4. O que ocorreria com o problema de otimização irrestrito se o coeficiente de x^2 em $f(x, y)$ fosse 0 e não 1 como no enunciado ? Justifique.

Questão 2: Considere a aplicação do Método do Gradiente Puro à função quadrática $f_0(x) = \frac{1}{2}x^T G x + b^T x + c$ onde $G \succ 0$.

1. Suponha que o ponto inicial x^1 seja distinto do ponto ótimo x^* e que possa ser escrito da seguinte forma: $x^1 = x^* + \mu s$ onde s é um autovetor de G com autovalor λ . Mostre que se uma busca linear exata for realizada, o método termina em uma única iteração.
2. Então mostre que o método termina em uma iteração se G for um múltiplo qualquer da matriz identidade.
3. Se x^1 não puder ser escrito como acima, pode ser escrito como

$$x^1 = x^* + \sum_{i=1}^m \mu_i s_i$$

onde $m > 1$ e para todo $i : \mu_i \neq 0$ e os vetores s_i são os autovetores de G correspondentes aos autovalores λ_i distintos. Neste caso, mostre que o método não termina em uma iteração.

Questão 3 Para cada afirmativa abaixo, assinale V ou F caso a mesma seja respectivamente verdadeira ou falsa. Justifique cada resposta.

1. O método Davidon-Fletcher-Powell pode ser considerado um método de Direções Conjugadas.
2. Para um determinado método de otimização irrestrita que gera a sequência $\{x^k\}$, verifica-se que $\lim_{k \rightarrow \infty} \frac{\|x^{k+1} - x^*\|}{\|x^k - x^*\|^p} = \beta$. Se $p = 1$ e $\beta = 1$, o método possui convergência linear.
3. Considere que $d^k = -(\nabla^2 f_0(x^k))^{-1} \nabla f_0(x^k)$ seja a direção de Newton. Uma alternativa de implementação do Método de Newton consiste em realizar a busca unidirecional em α , isto é, $x^{k+1} = x^k + \alpha d^k$ onde α é obtido via busca unidirecional exata ou aproximada (Armijo com backtracking, por exemplo). Esta alternativa de implementação garante que o método de Newton será globalmente convergente, isto é, que convergirá para um ponto estacionário de $f_0(x)$, independentemente do ponto de partida x^0 empregado.
4. Um método de Direções Conjugadas (por exemplo, o Método do Gradiente Conjugado) não perde a terminação finita para o caso quadrático ($Q \succ 0$), se a busca unidirecional exata for substituída por uma busca de Armijo com backtracking.
5. Para adaptar o Método do Gradiente Conjugado para a resolução de um problema irrestrito não quadrático, pode-se substituir o valor analítico do passo deduzido para o caso quadrático por uma busca linear exata ou aproximada e também efetuar, a cada $p \leq n$ direções de busca, uma reinicialização da direção conjugada, de forma que a direção seja atualizada para o negativo do gradiente no ponto onde a reinicialização ocorreu. Assim procedendo, todas as direções geradas pelo método serão de descida, mesmo nas iterações onde a reinicialização não ocorre.