

Cálculo Numérico

Integração Numérica

Integração Numérica

1. Sabemos que

$$\ln 2 = \int_1^2 \frac{dx}{x}.$$

Utilizando oito dígitos significativos e as fórmulas de Newton-Cotes do exercício anterior, calcule uma aproximação para $\ln 2$, e o erro relativo cometido, com

- a) $n = 1, h = 1$ (Resp: $I = 0,75, e_r = 8,2\%$)
 - b) $n = 2, h = 1/2$ (Resp: $I = 0,69444444, e_r = 0,19\%$)
 - c) $n = 3, h = 1/3$ (Resp: $I = 0,69937500, e_r = 0,09\%$)
 - d) $n = 4, h = 1/4$ (Resp: $I = 0,69317460, e_r = 0,004\%$)
2. Compare os resultados do exercício (1) com o obtido pelo cálculo de $\ln 2$ utilizando:
- a) Quadratura gaussiana com dois pontos. (Resp: $I = 0,69230769, e_r = 0,12\%$)
 - b) Quadratura gaussiana com três pontos. (Resp: $I = 0,69312169, e_r = 0,0037\%$)
3. Monte uma tabela com os resultados dos exercícios (1) e (2), indicando o maior grau de polinômio que cada método é capaz de integrar exatamente. Ordene os resultados por ordem de precisão.
4. Quantos subintervalos devem ser usados no cálculo de

$$\int_0^1 e^{-x^2} dx$$

para que a aproximação tenha erro menor que 10^{-4} nos casos:

- a) Fórmula do trapézio. (Resp: $n_t = 41$)
 - b) Fórmula de 1/3 Simpson. (Resp: $n_s = 6$)
5. Considere a função $f(x)$ dada pela tabela:

x	-2	-1	0	1	2
$f(x)$	-1	5	1	5	35

- a) Avalie $I = \int_{-2}^2 f(x) dx$ usando a fórmula de 1/3 Simpson.
6. Calcule as integrais a seguir usando as regras do trapézio e de 1/3 Simpson repetidas, com $m = 4$ subintervalos de $[a, b]$.
- (a) $\int_1^2 e^x dx$ ($I_{trapezio} = 4,69508; I_{Simpson} = 4,67092$)
 - (b) $\int_1^4 \sqrt{x} dx$ ($I_{trapezio} = 4,6551; I_{Simpson} = 4,6663$)
 - (c) $\int_2^{14} \frac{1}{\sqrt{x}} dx$ ($I_{trapezio} = 4,7684; I_{Simpson} = 4,6764$)

7. Encontre um delimitante para o erro das aproximações obtidas no exercício (6). Além disso, determine com quantas subdivisões do intervalo poderíamos esperar obter erros menores do que 10^{-5} .

8. Considere as integrais:

a) $I = \int_0^1 e^{-x^2} dx$

b) $I = \int_1^3 \sqrt{x} dx$ ($I_2 = 2,798162$; $I_3 = 2,797463$).

Estime I por Quadratura Gaussiana com 2 e 3 pontos.

Referências

- [1] FRANCO, Neide Bertoldi: Cálculo Numérico. Editora Pearson (2006)
- [2] CAMPOS, Frederico Ferreira: Algoritmos Numéricos. Editora LTC (2007)
- [3] RUGGIERO, M.A.G., LOPES, V.L.: Cálculo Numérico, aspectos teóricos e práticos. Makron Books (1997)
- [4] ATKINSON, Kendall: Elementary Numerical Analysis. second edition, John Wiley & Sons (1993)