

Cálculo Numérico: Lista de Exercícios

Métodos para Interpolação Polinomial

Resolução do Sistemas Linear

1. Conhecendo a seguinte tabela:

x	-1	0	3
$f(x)$	15	8	-1

determinar o polinômio de interpolação para a função definida por este conjunto de pontos, usando a resolução do sistema linear.

Forma de Lagrange

2. Considere a tabela:

x	1	3	4	5
$f(x)$	0	6	24	60

- (a) Determine o polinômio de interpolação, na forma de Lagrange, sobre todos os pontos.
(b) Calcule $f(3.5)$.

3. Construir o polinômio de interpolação, na forma de Lagrange, para a função $f(x) = \sin(\pi x)$, escolhendo os pontos: $x_0 = 0$, $x_1 = 1/6$, e $x_2 = 1/2$.

4. Calcular $e^{3.1}$ usando a fórmula de Lagrange sobre **três** pontos e a tabela:

x	2.4	2.6	2.8	3.0	3.2	3.4	3.6	3.8
e^x	11.02	13.46	16.44	20.08	24.53	29.96	36.59	44.70

(Para tornar a interpolação mais precisa, use os pontos da tabela que estão mais próximos de $x = 3.1$.)

Forma de Newton

5. Seja a função tabelada:

x	-2	-1	1	2
$f(x)$	0	1	-1	0

- (a) Determinar o polinômio de interpolação usando a fórmula de Newton.
(b) Calcular $f(0.5)$.

6. Dada a função tabelada:

x	0	1	1.5	2.5	3.0
$f(x)$	1.0	0.5	0.4	0.286	0.25

- (a) Determinar o polinômio de interpolação usando a fórmula de Newton sobre dois pontos (interpolação linear). (Use os pontos mais próximos de $x = 0.5$)
- (b) Determinar o polinômio de interpolação usando a fórmula de Newton sobre três pontos (interpolação quadrática). (Use os pontos mais próximos de $x = 0.5$)
- (c) Calcular $f(0.5)$ usando os itens (a) e (b).

Lembre-se que a fórmula de Newton do polinômio de interpolação sobre três pontos é igual ao polinômio sobre dois pontos adicionando ao termo de ordem 2. Além disso, o ponto x_0 deve ser comum aos dois polinômios. Portanto, tome cuidado ao escolher os pontos.

7. Mostre que, se $x_0 < x_1 < x_2$, $x_1 - x_0 = x_2 - x_1$ e $x_0 < x < x_2$, então:

- a) O interpolante linear pode ser escrito como

$$P_1(x) = y_0 + \mu(y_1 - y_0), \quad \mu = \frac{x - x_0}{x_1 - x_0}.$$

- b) O interpolante quadrático pode ser escrito como

$$P_2(x) = P_1(x) + \frac{\mu(\mu - 1)}{2} [(y_2 - y_1) - (y_1 - y_0)].$$

8. Considerando a função $f(x) = \sqrt{x}$ tabelada:

x	1.00	1.10	1.15	1.25	1.30
$f(x)$	1.00000	1.04881	1.07238	1.11803	1.14018

- (a) Determinar o valor aproximado de $\sqrt{1.12}$ usando o polinômio de interpolação de Newton sobre três pontos. (Escolha os pontos mais próximos de $x = 1.12$ para fazer a interpolação).
- (b) Calcular um limitante superior para o erro.

9. Dada a função $f(x) = xe^{x/2}$ e a tabela:

x	2.25	2.5	2.75
$xe^{x/2}$	6.930	8.726	10.87

- (a) Calcular o polinômio de interpolação sobre 3 pontos usando a forma de Newton.
- (b) Calcular $f(2.4)$.
- (c) Dar um limitante superior para o erro na interpolação.

Referências

- [1] FRANCO, Neide Bertoldi: Cálculo Numérico. Editora Pearson (2006)
- [2] CAMPOS, Frederico Ferreira: Algoritmos Numéricos. Editora LTC (2007)
- [3] SPERANDIO, Décio; MENDES, João Teixeira; SILVA, Luiz Henry Monken: Cálculo Numérico. Editora Pearson (2003)
- [4] ATKINSON, Kendall: Elementary Numerical Analysis. second edition, John Wiley & Sons (1993)
- [5] RUGGIERO, M.A.G., LOPES, V.L.: Cálculo Numérico, aspectos teóricos e práticos. Makron Books (1997)