Cálculo Numérico: Lista de Exercícios 7

Métodos para Encontrar Raízes Reais de Funções Reais

1. Mostre que as seguintes equações possuem exatamente uma raiz e que em cada caso a raiz está no intervalo $[0.5, 1]$.

(a) $x^2 + ln(x) = 0$

(b) $xe^x - 1 = 0$

Determine essas raízes com até duas casas decimais corretas (i.e., com $\epsilon = 10^{-2}$), usando o método da Bisseção.

2. Encontre o zero das seguintes funções pelo método da Bisseção, com $\epsilon = 0.03$ ou até seis iterações do método (i.e., $k = 6$):

(a) $x^2 + sen(x) - 5$ no intervalo $[1.2, 2.4]$

(b) $x^3 - 2x^2 - 20x + 30$ no intervalo $[1.3, 4.8]$

(obs: use sempre radianos para avaliar funções trigonométricas)

3. Aplique o método da Bisseção e o da Falsa Posição para calcular a raiz positiva de $x^2 - 7 = 0$ com $\epsilon = 10^{-2}$, partindo do intervalo inicial $[2.0, 3.0]$.

4. Aplique o método da Bisseção para resolver:

(a) $e^x - 3x = 0$

(b) $x^3 + cos(x) = 0$,

obtendo, em cada caso o intervalo inicial $[a, b]$ graficamente.

5. A equação $x^3 - 2x - 17 = 0$ tem apenas uma raiz real. Determine seu valor correto até duas casas decimais usando o método de Newton-Raphson e o método da Secante.

6. Encontre o zero das seguintes funções pelo método de Newton-Raphson e o método da Secante com $\epsilon = 0.0005$ ou até seis iterações (i.e., $k = 6$):

(a) $f(x) = x^3 - cos(x)$ no intervalo [0,1]

(b) $f(x) = 2x^3 + ln(x) - 5$ no intervalo [1,2]

7. O valor de π pode ser obtido através da resolução das seguintes equações:

(a) $sen(x) = 0$

(b) $cos(x) + 1 = 0$

Aplique o método de Newton com $x_0 = 3$ e com precisão 10^{-7} em cada caso e compare os resultados obtidos. Justifique.

8. Use o método de Newton para encontrar o zero da função $f(x) = (x - 2)^3$, com até duas casas decimais corretas (i.e., $|x_{k+1} - 2| < \epsilon = 10^{-2}$). Porque o método demora para convergir para a raiz $\xi = 2$?

9. Use o método de Newton-Raphson para obter a menor raiz positiva das equações a seguir com precisão $\epsilon = 10^{-4}$:

(a) $x/2 - tan(x) = 0$

(b) $2cos(x) = e^x/2$

(c) $x^5 - 6 = 0$

Referências

[1] Ruggiero, M., e Lopes, V., Cálculo Numérico: Aspectos Teóricos e Computacionais, Segunda Edição, Makron, Books, 1998.

[2] Franco, N. B., Cálculo Numérico, Prentice Hall, 2006.