

LISTA DE EXERCÍCIOS 7
ANÁLISE COMBINATÓRIA

- Quantos números ímpares existem no intervalo $[10, 99]$ que possuem dígitos distintos?
- Cinco pessoas irão ocupar um lugar numa mesa circular. Duas disposições de lugares são consideradas a mesma se uma é a rotação da outra. Quantas disposições diferentes existem?
Identifique as pessoas como A, B, C, D e E. Somente as posições relativas importam já que não existe uma identificação de assento na mesa. Por exemplo, comece com A e considere todos os arranjos das outras pessoas em relação a A. As pessoas B a E podem se sentar em volta de A de todas as formas possíveis. Assim, existem $4! = 24$ formas de arranjar o grupo.
- Quantas formas diferentes as letras da palavra LETRA podem ser arranjadas se as letras LE devem ficar juntas mas podem ser escritas como LE ou EL?
- Um grupo de oito pessoas está indo ao cinema e todos vão sentar na mesma fila. Duas dessas pessoas não querem sentar uma ao lado da outra. Quantas formas diferentes as oito pessoas podem ser dispostas na fila?
- Seja o seguinte problema: quantos números inteiros existem no intervalo $[1, 100\,000]$ que possuem o dígito 6 exatamente uma única vez? E seja a seguinte resposta: Analisando este problema por faixa de valores temos:

Intervalo	Quantidade	Acumulado
$[1,9]$	1 Apenas o 6.	1
$[10,99]$	$ \{16, 26, \dots, 96\} + \{60, 61, \dots, 69\} - 2 = 9 + 10 - 2 = 17$ (66 está presente em cada conjunto)	18
$[100,999]$	$8 \cdot 18 + (100 - 18) = 226$	244
$[1\,000,9\,999]$	$8 \cdot 244 + (1000 - 244) = 2708$	2952
$[10\,000,100\,000]$	$8 \cdot 2952 + (10000 - 2952) = 30664$	33616

Na primeira faixa (intervalo), temos apenas um número. Na segunda faixa, temos um número que termina em 6 em cada dezena e de 60 a 69 temos 10 números. No entanto, nos dois conjuntos temos o número 66 que deve ser retirado. As centenas de 1 a 9, exceto a 6, têm a mesma quantidade de números com um algarismo 6 da faixa anterior. A centena que começa com 6 tem 100 números menos a quantidade de números da faixa anterior. O mesmo raciocínio vale para as faixas seguintes. Existem 33616 números nesse intervalo que possuem exatamente um algarismo 6.

Esta solução está correta? Se sim, por que? Se não, justifique sua resposta.

- Quantos números inteiros existem no intervalo $[1, 1000]$ que são múltiplos de 4 ou múltiplos de 7?
- Os assessores da FIFA estão estudando a questão de formação de times de futebol profissional com homens e mulheres. Numa pesquisa preliminar, 19 dos 30 assessores se mostraram favoráveis a permitir times com mulheres e 11 não. Um comitê de seis assessores será formado para discutir a questão. Quantos comitês podem ser formados com pelo menos três assessores que são favoráveis a esta questão?
- Calcule o valor de

$$\sum_{k=0}^n C(n, k).$$

- Quantas peças de dominós podem ser formadas a partir do conjunto de números inteiros de 0 a d ?

10. Num tabuleiro de xadrez de 8×8 , a torre pode mover para qualquer casa na horizontal ou vertical. Quantos caminhos diferentes a torre pode fazer para sair do canto inferior esquerdo e chegar no canto superior direito se todos os movimentos são para a direita ou para cima?
11. Quantas soluções existem para a equação $x_1 + x_2 + x_3 = 20$, sendo que cada $x_i, i = 1, 2, 3$, é um inteiro não negativo?
12. Quantas soluções existem para a equação $x_1 + x_2 + x_3 = 20$, sendo que cada $x_i, i = 1, 2, 3$, é um inteiro positivo?
13. Quantas soluções existem para a equação $x_1 + x_2 + x_3 \leq 20$, sendo que cada $x_i, i = 1, 2, 3$, é um inteiro não negativo?
14. Quantas soluções existem para a equação

$$p + q + r + s + t = 50,$$

sendo p, q, r, s e t são números inteiros ≥ 5 .

15. Qual é a probabilidade de ocorrer um *flush* (cinco cartas do mesmo naipe) em um jogo de *Poker*?
16. O jogo da Sena da Caixa Econômica Federal sorteia um conjunto de seis números dentre os números de 1 a 50. Suponha que uma pessoa faz uma aposta simples, ou seja, escolhe apenas seis números. Qual é a probabilidade dessa pessoa:
 - (a) Acertar a sena, ou seja, os seis números.
 - (b) Acertar a quina, ou seja, cinco números.
 - (c) Acertar a quadra, ou seja, quatro números.