

LISTA DE EXERCÍCIOS

LISTA 0 - PARTE 2

(CONCEITOS FUNDAMENTAIS: LINGUAGENS FORMAIS E PROBLEMAS DE DECISÃO)

- *Material suplementar:*

- Conjunto de slides: *Aula 0.2 - Linguagens Formais e Problemas de Decisão.*

Revisão.

1. Responda formalmente às seguintes perguntas:

- (a) O que é um problema de decisão?
- (b) O que é uma solução para um problema de decisão?
- (c) O que significa dizer que um problema é decidível ou indecidível?
- (d) O que é uma linguagem formal?
- (e) Qual a relação entre um método para decidir se uma cadeia qualquer pertence a uma linguagem e uma solução para um problema de decisão?

Exercícios.

2. Sejam as linguagens $L_1 = \{w \in \{a, b\}^* \mid 1 \leq |w| \leq 10\}$ e $L_2 = \{w \in \{a, b\}^* \mid w \text{ termina com } b\}$.

Escreva as linguagens abaixo em termos da união, interseção, complemento, diferença e concatenação das linguagens L_1 e L_2 . O item (a) já está feito como exemplo.

- (a) $\{w \in \{a, b\}^* \mid 1 \leq |w| \leq 10 \text{ ou } w \text{ termina com } b\} = L_1 \cup L_2$
- (b) $\{w \in \{a, b\}^* \mid 1 \leq |w| \leq 10 \text{ e } w \text{ termina com } b\}$
- (c) $\{w \in \{a, b\}^* \mid w \text{ não termina com } b\}$
- (d) $\{w \in \{a, b\}^* \mid w = \epsilon \text{ ou } |w| > 10\}$
- (e) $\{w \in \{a, b\}^* \mid 1 \leq |w| \leq 10 \text{ e } w \text{ não termina com } b\}$
- (f) $\{w \in \{a, b\}^* \mid w \text{ termina com } b \text{ e } |w| > 10\}$
- (g) $\{w \in \{a, b\}^* \mid 2 \leq |w| \leq 20\}$
- (h) $\{w \in \{a, b\}^* \mid |w| \geq 2 \text{ e } w \text{ termina com } b\}$
- (i) $\{w \in \{a, b\}^* \mid |w| \geq 2 \text{ e o último } b \text{ de } w \text{ ocorre não antes da posição } |w| - 11\}$
- (j) $\{xb \mid x \in \{a, b\}^* \text{ e } x \text{ contém um } b\}$
- (k) \emptyset
- (l) L_2

3. Dê descrições em linguagem natural das seguinte linguagens. O item (a) já está feito como exemplo.

- (a) $\{0, 1\}^*$ é o conjunto de todas as cadeias binárias.
- (b) $\{0, 1\}^+$
- (c) $\{0, 11\}^*$

- (d) $\{\epsilon, 01\}^*$
- (e) $\{\epsilon, 01\}^+$

4. Considere o alfabeto binário $\{0, 1\}$.

- (a) Mostre que qualquer linguagem sobre o alfabeto binário $\{0, 1\}$ é enumerável.
- (b) Mostre que o conjunto $\mathcal{P}(\{0, 1\}^*)$ de todas as linguagens sobre o alfabeto binário não é enumerável.
- (c) Argumente que suas respostas para os itens anteriores valem para qualquer alfabeto finito. Ou seja, argumente que suas demonstrações podem ser extendidas para mostrar que para qualquer alfabeto Σ finito, toda linguagem $L \subseteq \Sigma^*$ é enumerável, mas o conjunto $\mathcal{P}(\Sigma^*)$ de todas as linguagens sobre este alfabeto não é enumerável.

5. Transforme os seguintes problemas de decisão em um problema de linguagem equivalente. Mais precisamente, dê uma linguagem para cada problema de tal forma que decidir se uma cadeia pertence à linguagem equivale a decidir a resposta do problema de decisão para uma instância equivalente.

- (a) *“Determinar se a palavra w na língua portuguesa é um palíndromo.”*
- (b) *“Determinar se r é raiz do polinômio $ax^2 + bx + c$, para $a, b, c, r \in \mathbb{Q}$.”*
- (c) *“Determinar se um programa P executa por mais de n passos.”*