DCC/ICEx/UFMG — **2016/02**
Matemática Discreta — **Prof. Mário S. Alvim**

LISTA DE EXERCÍCIOS

Técnicas de Prova
(Rosen - Capítulo 1)

Leitura necessária para esta lista: *Discrete Mathematics and Its Applications* (Rosen, 7ª Edição):

- Capítulo 1.7: *Introduction to Proofs*
- Capítulo 1.8: *Proof Methods and Strategy*

Observação: Os exercícios estão classificados em níveis de dificuldade: `[Fácil]`, `[Médio]` e `[Difícil]`. Esta classificação, entretanto, é apenas indicativa. Pessoas diferentes podem discordar sobre o nível de dificuldade de um mesmo exercício. Não desanime ao ver um exercício difícil, você pode descobrir que ele é fácil, encontrando uma maneira de resolvê-lo mais simples do que a do professor!

---

1. `[Médio]` (Rosen 1.7.5) Prove que se $m+n$ e $n+p$ são inteiros pares, onde m, n e p são inteiros, então $m+p$ é par. Que tipo de prova você usou?
2. `[Médio]` (Rosen 1.7.6) Use uma prova direta para mostrar que o produto de dois números ímpares é ímpar.
3. `[Médio]` (Rosen 1.7.8) Prove que se n é um quadrado perfeito, então $n+2$ não é um quadrado perfeito.
4. `[Médio]` (Rosen 1.7.9) Use uma prova por contradição para mostrar que a soma de um número irracional e um número racional é irracional.
5. `[Fácil]` (Rosen 1.7.13) Prove que se x é irracional, então $1/x$ é irracional.
6. `[Fácil]` (Rosen 1.7.17) Prove que se n é um inteiro e n^3+5 é ímpar, então n é par usando
   (a) uma prova por contraposição, e
   (b) uma prova por contradição.
7. `[Médio]` (Rosen 1.8.12) Mostre que o produto de dois dos números $65^{1000}-8^{2001}+3^{177}$, $79^{1212}-9^{2399}+2^{2001}$ e $24^{4493}-5^{8192}+7^{1777}$ é não negativo. Sua prova é construtiva ou não construtiva? (*Dica:* Não tente calcular o valor destes números, sua prova não precisa disto!)
8. `[Fácil]` (Rosen 1.8.14) Prove ou refute que se a e b são números racionais, então a^b também é racional.
9. `[Fácil]` (Rosen 1.8.29) Prove que não existe um número inteiro positivo n tal que $n^2+n^3=100$.
10. `[Médio]` Mostre que $min(a,b) \leq med(a,b) \leq max(a,b)$.
11. `[Difícil]` Prove que entre dois números racionais existe um número infinito de números irracionais.