

LISTA DE EXERCÍCIOS

ANÁLISE COMBINATÓRIA
(ROSEN - CAPÍTULO 6)

Leitura necessária para esta lista: *Discrete Mathematics and Its Applications* (Rosen, 7ª Edição):

- Capítulo 6.1: *The Basics of Counting*
- Capítulo 6.2: *The Pigeonhole Principle*
- Capítulo 6.3: *Permutations and Combinations*
- Capítulo 6.4: *Binomial Coefficients and Identities*
- Capítulo 6.5: *Generalized Permutations and Combinations*

Observação: Os exercícios estão classificados em níveis de dificuldade: [Fácil], [Médio] e [Difícil]. Esta classificação, entretanto, é apenas indicativa. Pessoas diferentes podem discordar sobre o nível de dificuldade de um mesmo exercício. Não desanime ao ver um exercício difícil, você pode descobrir que ele é fácil, encontrando uma maneira de resolvê-lo mais simples do que a do professor!

- (Rosen 5.1-3) Um teste de múltipla escolha contém 10 questões. Há quatro alternativas para cada questão.
 - [Fácil] De quantas maneiras um estudante pode responder as questões do teste se nenhuma questão é deixada em branco?
 - [Fácil] De quantas maneiras um estudante pode responder as questões do teste se questões podem ser deixadas em branco?
- (Rosen 5.1-21) Quantos inteiros entre 100 e 999, inclusive, satisfazem:
 - [Médio] são divisíveis por 3 ou 4?
 - [Médio] não são divisíveis por 3 nem por 4?
 - [Médio] são divisíveis por 3 mas não por 4?
 - [Médio] são divisíveis por 3 e 4?
- (Rosen 5.1-35) Quantas funções existem do conjunto $\{1, 2, \dots, n\}$, onde n é um inteiro positivo, para o conjunto $\{0, 1\}$, se:
 - [Médio] a função é bijetiva?
 - [Fácil] a função associa o valor 0 aos valores 1 e n ?
- (Rosen 5.2-3) Uma gaveta contém doze meias marrons e doze meias pretas, todas misturadas. Uma pessoa retira meias aleatoriamente da gaveta, no escuro.
 - [Fácil] Quantas meias a pessoa precisa retirar para ter certeza de que ao menos duas meias são da mesma cor?

- (b) [Fácil] Quantas meias a pessoa precisa retirar para ter certeza de que ao menos duas meias são pretas?
5. [Fácil] (Rosen 5.2-5) Mostre que em qualquer grupo de cinco números inteiros (não necessariamente consecutivos), pelo menos dois números têm o mesmo resto quando divididos por 4.
6. [Médio] (Rosen 5.2-15) Quantos números distintos precisam ser escolhidos a partir do conjunto $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ para garantir que ao menos um par destes números tenha soma igual a 7?
7. (Rosen 5.2-33) [Difícil] Uma rede de computadores consiste em seis máquinas. Cada máquina está conectada diretamente a zero ou mais máquinas. Mostre que há ao menos duas máquinas na rede que estão conectadas diretamente ao mesmo número de outras máquinas. (*Dica:* É impossível que uma rede tenha, ao mesmo tempo, uma máquina conectada a todas as demais e uma máquina conectada a nenhuma das demais.)
8. (Rosen 5.3-11) Quantas strings binárias de tamanho 10 contêm
- [Fácil] exatamente quatro 1s?
 - [Médio] no máximo quatro 1s?
 - [Médio] no mínimo quatro 1s?
 - [Fácil] um número igual de 0s e 1s?
9. [Médio] (Rosen 5.3-13) Um grupo contém n homens e n mulheres. Quantas maneiras existem de arranjar estas pessoas em uma fila se homens e mulheres devem se alternar?
10. (Rosen 5.3-21) Quantas permutações das letras $ABCDEFGG$ contêm:
- as strings ABC e DE ?
 - [Difícil] as strings ABC e CDE ?
 - [Fácil] as strings CBA e BED ?
11. [Médio] (Rosen 5.3-33) Suponha que um departamento contenha 10 homens e 15 mulheres. De quantas maneiras pode-se formar um comitê de seis membros se o comitê tem que ter o mesmo número de homens e mulheres?
12. (Rosen 5.5-3) [Fácil] Quantas strings de 6 letras existem? (Considere um alfabeto de 26 letras).
13. (Rosen 5.5-9) Uma loja de salgados vende coxinha, pastel frito, pastel assado, empada, enrolado, risoli, quibe e pão de queijo. De quantas maneiras podem-se escolher:
- [Fácil] seis salgados?
 - [Fácil] duas dúzias de salgados?
 - [Médio] uma dúzia de salgados, sendo pelo menos um salgado de cada tipo?
14. (Rosen 5.5-15) Quantas soluções tem a equação
- $$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 21,$$
- onde $x_i, i = 1, 2, 3, 4, 5$ é um inteiro não-negativo, se
- [Fácil] $x_1 \geq 1$?
 - [Médio] $x_i \geq 2$ para $i = 1, 2, 3, 4, 5$?
 - [Médio] $0 \leq x_1 \leq 10$?
15. (Rosen 5.5-39) [Médio] Quantas maneiras existem de se viajar no espaço xyz a partir da origem $(0, 0, 0)$ até o ponto $(4, 3, 5)$ tomando passos de: uma unidade na direção positiva do eixo x , uma unidade na direção positiva do eixo y , ou uma unidade na direção positiva do eixo z ? (Mover-se na direção negativa de um eixo não é permitido, ou seja, não é permitido voltar atrás no movimento.)