

# Análise do Desempenho do Algoritmo para Alocação de Capacidades em Redes de Filas

Paula de Campos Oliveira  
E-mail: pcampos@dcc.ufmg.br  
Universidade Federal de Minas Gerais

## Resumo

Apresenta-se resultados de experimentos computacionais com um algoritmo para determinação de alocação ótima de serviços e capacidades em redes de filas do tipo M/G/C/C dependentes do estado, muito utilizadas para modelar o fenômeno de congestionamento. Diversas demandas, tamanhos de redes e configurações foram consideradas, tendo sido obtidos padrões surpreendentes de alocação. Em geral, o algoritmo produziu soluções de boa qualidade, conforme demonstrado pelos nossos estudos de simulação, inclusive em relação ao tempo de execução, o qual foi constatado que dependia do número de nós e da taxa de chegada. Embora a metodologia tenha sido aqui aplicada a redes de pedestres, ela é geral e bastante para ser utilizada em muitos outros sistemas nos quais o fenômeno de congestionamento é significativo.

**Palavras-chave:** Teoria de filas; sistemas estocásticos; redes de filas dependentes do estado

## 1 Introdução

Ultimamente, os sistemas de redes de filas têm alcançado uma substancial valorização na maioria das aplicações práticas via, principalmente, métodos de simulação intensiva. Há, entretanto, um grande interesse em se investigar o comportamento de um particular conjunto de modelos de filas conhecido como M/G/C/C dependentes do estado [8], apropriado para avaliar o congestionamento em sistemas de tráfego de veículos e pedestres [7, 4], assim como outros sistemas de serviço e manufatura [9].

Nesse trabalho, será adotada a notação de Kendall [12] na qual **M** indica que a chegada é um processo Markoviano, **G** representa um serviço com distribuição geral e dependente do estado, **C** se refere ao número de servidores e, por fim, assume-se que a capacidade do sistema está restrita a **C** usuários. A principal característica

do modelo aqui tratado é o decaimento da taxa de serviço com o aumento do número de usuários no sistema.

Muitos estudos sobre a velocidade de caminhada de pedestres foram conduzidos, sendo a maioria destes sobre o fluxo de pedestres. Um bom exemplo de tais estudos, em interiores de prédios, diz respeito à definição das rotas para as saídas de incêndio. Vários fatores podem ser associados a diferentes velocidades de caminhada. Por exemplo, adultos tendem a andar mais rápido do que crianças, e analogias semelhantes podem ser encontradas em diferentes grupos.

Quando a densidade do tráfego aumenta, estes fatores têm um efeito grande sobre a velocidade de caminhada de pedestres individuais. Portanto, dentro de um corredor, o movimento mais rápido de pedestres tende a tornar-se mais lento à medida em que o espaço do corredor é ocupado por mais pedestres.

Na Seção 2 são descritos modelos matemáticos de redes de filas M/G/C/C dependentes do estado que avaliam fenômenos de fluxos sujeitos a congestionamentos, enfatizando o

Método da Expansão. Já a Seção 3 apresenta o algoritmo utilizado e uma análise do seu desempenho em relação ao tempo de execução. A Seção 4, com algumas observações finais.

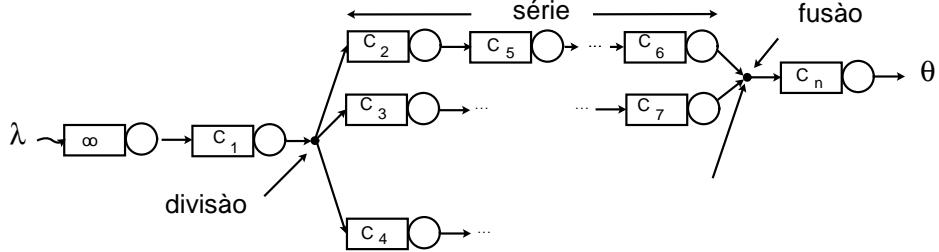


Figura 1: Rede de filas em topologia genérica.

## 2 Modelo de Otimização

### 2.1 Formulação do Matemática

Assuma que a topologia de rede conhecida de antemão e é definida como um grafo  $G(N, A)$ , onde  $N$  é o número de nós (corredores) e  $A$  é o número de arcos (conexões entre os pares de nós). O problema de alocação de serviços e capacidades (SCA) preocupa-se com o quanto de capacidade deveria ser alocada aos nós para que as probabilidades de bloqueio estejam abaixo de um limiar especificado. Em outras palavras, o problema SCA é encontrar o menor inteiro  $C_i \geq 0$  para que  $p_i(\mathbf{C}) \leq \varepsilon_i$ , para todo  $i \in N$ . Note que a taxa de serviço depende da capacidade do vetor  $\mathbf{C}$ , tanto para um modelo linear, Eq. (10) quanto para um exponencial, Eq. (11). Para simplificar, somente o modelo exponencial será usado neste trabalho.

A formulação matemática proposta para o problema SCA é a seguinte:

(SCA):

$$z = \min \left[ g(\mathbf{C}) = \sum_{\forall i \in N} f_i C_i \right], \quad (1)$$

s.t.

$$p_i(c_i) \leq \varepsilon, \quad \forall i \in N, \quad (2)$$

$$c_i \in \{0, 1, \dots\}, \quad \forall i \in N, \quad (3)$$

que minimiza o custo da alocação total  $\sum_i f_i C_i$ , restrito a uma probabilidade de bloqueio máxima  $\varepsilon$  para todos os nós.

### 2.2 Modelo Analítico de um Único Corredor

Para o modelo de fila de um corredor, o tempo de ocupação é igual ao tempo gasto para que um pedestre o atravesse e a taxa de serviço  $f(n)$  depende do número de ocupantes  $n$  e segue uma distribuição geral  $G$  dependente do estado.

Considera-se, ainda, que a densidade de aglomeração de pedestres dentro do sistema está aproximadamente distribuída de maneira uniforme e que essa densidade determina a velocidade média de um indivíduo. Assim, se existirem  $n$  pedestres dentro de um corredor, esses terão uma taxa de serviço  $f(n)$ , enquanto que numa determinada chegada ou saída, essa taxa de serviço será alterada para  $f(n+1)$  ou  $f(n-1)$ , respectivamente.

Sob esse ponto de vista, pode-se expressar a probabilidade do número de pedestres  $P_n$  num modelo de fila M/G/C/C dependentes do estado por:

$$P(C = n) = p(n) = \left[ \frac{[\lambda(E(S))]^n}{n! f(n) \dots f(2) f(1)} \right] p(0), \quad (4)$$

$$n = 1, 2, \dots, C,$$

sendo

$$p(0) = 1 / \left\{ 1 + \sum_{i=1}^C \left[ \frac{[\lambda(E(S))]^i}{i! f(i) \dots f(2)f(1)} \right] \right\}, \quad (5)$$

em que  $P_0$  é a probabilidade de não ter pedestre esperando na fila;  $E(S) = L/V_1$  é o tempo de atendimento esperado considerando-se um único pedestre e  $f(n) = V_n/V_1$  é a taxa de serviço.

Utilizando-se a Equação (4) para o modelo de fila  $M/G/C/C$  dependentes do estado, é possível calcular medidas de desempenho. Essas medidas incluem, entre outras, a probabilidade de bloqueio, a taxa de atendimento (do inglês *throughput*), o número médio de usuários e o tempo médio no sistema (*work-in-process*). O bloqueio ocorre quando  $n$  for igual à capacidade máxima  $C$  do corredor. A taxa de atendimento pode ser denotada por:

$$\theta = \lambda(1 - P_{\text{bloq}}). \quad (6)$$

O número médio de usuários no sistema é:

$$Q = \sum_{n=1}^C n P_n. \quad (7)$$

O tempo médio no sistema pode ser dado por:

$$t_w = \frac{Q}{\theta}. \quad (8)$$

### 2.3 Modelos de Congestionamento para Corredores

Precisa-se definir as taxas de serviço  $f(n)$ . Será utilizada a seguinte notação:

$V_n$  → velocidade média para uma ocupação de  $n$  pedestres;

$V_1$  → velocidade média de um pedestre sozinho que corresponde a 1,5 m/s;

$V_a$  → velocidade média quando a densidade de aglomeração é de 2 ped/m<sup>2</sup>;

$V_b$  → velocidade média quando a densidade de aglomeração é de 4 ped/m<sup>2</sup>;

$\gamma$  e  $\beta$  são parâmetros de forma e escala para o modelo exponencial;

$$a = 2 * L * W;$$

$$b = 4 * L * W.$$

Utilizando-se do modelo de filas M/G/C/C dependentes do estado, um corredor pode ser considerado como servidores para seus ocupantes. O número em paralelo de servidores é igual à capacidade do corredor que também representa o número total de pedestres permitidos simultaneamente no sistema e é dado por:

$$c = \lfloor 5 * l * w \rfloor, \quad (9)$$

na qual  $\lfloor x \rfloor$  representa o maior inteiro não superior a  $x$ ,  $l$  é o comprimento do corredor,  $w$  é a largura e  $C$ , sua capacidade. Nota-se, de acordo com estudos realizados por Tregenza [11], que 5 ped/m<sup>2</sup> representa a densidade máxima de aglomeração admissível em uma área de circulação. Desta forma, o tempo de serviço esperado para um único usuário presente no sistema, vide Equações (1) e (2), pode ser dado por  $E(T_s) = 1/V_1$ .

No modelo de congestionamento, o fluxo de tráfego uni-direcional através de corredores segue uma velocidade média de caminhar de um pedestre  $V_n$ , como uma função do número de indivíduos,  $n$ , que ocupam o corredor e sua capacidade,  $C$ . Baseado nessa e em outras observações empíricas, modelos analíticos, linear e exponencial, foram desenvolvidos para essa velocidade (uni-direcional) em função do número de pedestres em um corredor [13].

De acordo com Tregenza [11], a velocidade de um único ocupante no corredor,  $V_1$ , é cerca de 1,5 m/s. Assumindo que uma população de  $n = C + 1$  não é possível,  $V_n$  é zero para todo  $n \geq C + 1$ . Uma relação linear que satisfaz a essas condições é como segue:

$$V_n = \frac{V_1}{c} (c + 1 - n). \quad (10)$$

Um modelo exponencial parece fornecer uma aproximação mais exata para a média da velocidade de um pedestre *versus* a densidade de aglomeração, conforme o formato das curvas apresentadas por Tregenza [11], Figura 2. O modelo exponencial de fluxo uni-direcional, proposto por Yuhaski e Smith [13] é o seguinte:

$$V_n = V_1 \exp \left[ - \left( \frac{n-1}{\beta} \right)^\gamma \right], \quad (11)$$

no qual:

$$\gamma = \ln \left[ \frac{\ln(V_a/V_1)}{\ln(V_b/V_1)} \right] / \ln \left( \frac{a-1}{b-1} \right), \quad (12)$$

e

$$\beta = \frac{a-1}{[\ln(V_1/V_a)]^{1/\gamma}} = \frac{b-1}{[\ln(V_1/V_b)]^{1/\gamma}}. \quad (13)$$

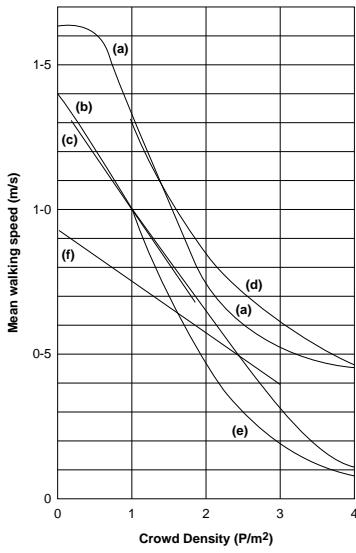


Figura 2: Curvas Empíricas de Tregenza

## 2.4 O Método de Expansão

O problema de determinação das medidas de desempenho em redes de filas fica significativamente mais complexo. Note que na topologia apresentada na Figura 1, a probabilidade de bloqueio do  $i$ -ésimo nó depende de todo o fluxo anterior e também das probabilidades de bloqueio dos nós seguintes. O Método da Expansão Gene-

A Figura 3 mostra o comportamento da taxa de serviço,  $f(n) = V_n/V_1$ , de um pedestre, com o aumento da densidade, para fluxos unidirecionais.

Analizando as várias propriedades de fluxo de pedestres através de um único corredor, comprova-se a existência de três fatores que afetam significativamente o tráfego e suas correspondentes medidas de desempenho, quais sejam o comprimento, a largura e a taxa de chegada. Dessa forma, variando-se um deles e mantendo-se os outros constantes, pode-se avaliar o efeito desse fator no fluxo. Entretanto, Mitchell e MacGregor Smith [10] mostraram que a largura do corredor parece ter um efeito mais significativo sobre a taxa de atendimento do que seu comprimento.

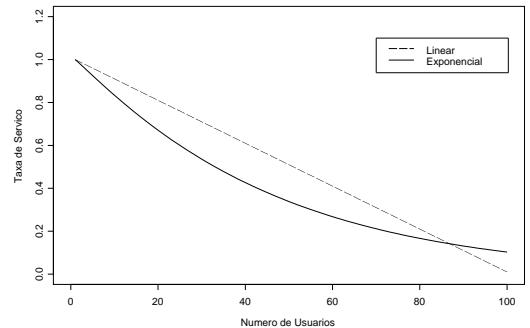


Figura 3: Taxa de Serviço  $f(n) = V_n/V_1$  versus Número de Usuários  $n$  para um Corredor de  $8 \times 2,5$  m

ralizado (GEM) é um algoritmo que permite lidar com tais redes [5]. O GEM é uma combinação de métodos de aproximações sucessivas e decomposição nó-a-nó. Este método tem como característica chave a colocação de um nó artificial antes de cada fila finita no sistema, a fim de registrar os pedestres bloqueados que tentam entrar num corredor finito quando este está em

seu limite. Desta forma, a rede de filas "expandida" em uma equivalente rede Jackson, na qual cada nó pode ser decomposto e analisado separadamente. O método de expansão é composto por três estágios, a saber:

Estágio I - reconfiguração da rede: antes de cada um dos nós com capacidade finita, é adicionado um nó artificial. Os usuários são redirecionados para esse compartimento, quando o próximo nó estiver na sua capacidade.

Estágio II - estimativa dos parâmetros: essa fase é dedicada ao cálculo das estimativas dos

parâmetros envolvidos na análise.

Estágio III - eliminação do retorno: nesse momento, é realizada uma reconfiguração do nó artificial, de maneira que as dependências nos processos de chegada causadas por visitas repetidas a esses ambientes sejam retiradas.

O GEM pode ser estendido para qualquer topologia, como por exemplo, para a análise de topologias complexas como a apresentada na Figura 1. Adaptações do GEM a topologias genéricas de redes M/G/C/C podem ser encontradas no trabalho em [14].

### 3 Algoritmo de Resolução

A Figura 4-a mostra o algoritmo principal que implementa uma variação do método de busca por coordenadas. Assim o algoritmo lê as configurações iniciais e então é alocada uma capacidade inicial que satisfaça as restrições, ou seja, que dê uma probabilidade de bloqueio bem inferior ao limiar dado. Por conveniência, a capacidade inicial é dada na forma  $2^M$  para auxiliar o algoritmo de busca, que será descrito a seguir.

A busca local é apresentada na Figura 4-b. O algoritmo escolhe o primeiro nó (corredor) e para ele aloca dois limites referentes a sua capacidade, que para facilitar a busca do algoritmo é sempre potência de 2. O primeiro valor é denominado limite inferior ( $C^{\text{inf}}$ ) e é dado pelo valor da menor capacidade, ou seja  $C^{\text{inf}} = 2_i^M$ . Já o limite superior ( $C^{\text{sup}}$ ) é dado pelo valor de capacidade ( $C^{\text{sup}} = 2^M$ ) que atende à restrição que a probabilidade de bloqueio seja menor que o limiar dado. Daí o algoritmo começa a redução do intervalo da seguinte forma. Tira a média dos dois limites  $((C^{\text{inf}} + C^{\text{sup}})/2)$ . Se a probabilidade de bloqueio da média for menor que a probabilidade dada na restrição, esta média assume o valor de capacidade superior ( $C^{\text{sup}}$ ). Se não, de capacidade inferior ( $C^{\text{inf}}$ ). E assim é feito até que a diferença entre os dois limites seja menor ou igual a um. Então, o valor dado para o limite superior é a menor capacidade que tem a probabilidade de bloqueio inferior ou igual a do limiar.

#### 3.1 Estudo de Desempenho para Topologias Básicas

Nessa seção, alguns resultados computacionais são apresentados para as topologias básicas, isso é, série, divisão e fusão. O principal objetivo destes experimentos é determinar uma alocação ótima para a capacidade dos vários segmentos de fluxos e verificar o seu desempenho em relação ao tempo de execução. Os experimentos foram efetuados para 3, 5 e 7 nós. As taxas de chegadas ( $\lambda$ ) consideradas foram 1, 2 e 4 pessoas/s, enquanto o comprimento dos corredores assumiu apenas o valor de 8,0 m. A probabilidade de bloqueio usado como limiar foi de 0,1% (0,001) e um custo unitário por capacidade alocada ( $f_i$ ) considerado.

Apesar de existirem outras linguagens de programação, preferiu-se utilizar o ambiente C++, devido principalmente à sua capacidade de abstração de dados, bem como a praticidade de possuir códigos facilmente modificáveis sem alterações de seu núcleo. Adicionalmente, trabalhou-se no sistema operacional Windows Millennium, numa máquina com 256 MB de memória RAM, usando um processador AMD - K7 com frequência de 1.2 GHz.

Com o objetivo de obter indicações iniciais sobre o efeito que a topologia, a taxa de chegada e o número de nós exercem sobre o tempo de processamento, foram feitos diversos experimentos considerando várias taxas de chegada, número de nós e topologias e com base nos resultados ob-

```

algoritmo
  leia  $G(N, A)$ 
  leia as probabilidades da rotina  $p_{ij}$ ,  $\forall (i, j) \in A$ 
  leia as taxas de chegadas  $\lambda_i$  e  $c_i$ ,  $\forall i \in N$ 
  /* encontre um vetor inicial maximizado  $\mathbf{C}$  */
  for  $\forall i \in N$  do
     $C_i^{\text{opt}} \leftarrow 2^M$ 
  end for
  /* encontre uma solução otima */
  iter  $\leftarrow 0$ 
  repeat
    iter  $\leftarrow$  iter + 1
    /* otimize a  $i$ -esima fila */
    for  $\forall i \in N$  do
      OptQueue( $i, \mathbf{C}^{\text{sup}}$ )
    end for
    /* atualize para a melhor solução */
    if  $g(\mathbf{C}^{\text{sup}}) < g(\mathbf{C}^{\text{opt}})$  then
       $\mathbf{C}^{\text{opt}} \leftarrow \mathbf{C}^{\text{sup}}$ 
      desmarque todos os nós
    else
      exit
    end if
  end repeat
  write  $\mathbf{C}^{\text{opt}}$ 
end algoritmo

```

a) otimização da rede

```

algoritmo OptQueue( $i, \mathbf{C}^{\text{sup}}$ )
  /* passo de rotulação recursiva */
  for  $\forall (j, i) \in A$  do
    if no  $j$  e desmarcado then
      OptQueue( $j, \mathbf{C}^{\text{sup}}$ )
      marque o no  $j$ 
    end if
  end for
  /* isole o otimo */
   $j \leftarrow M_i$ 
   $C_i^{\text{inf}} \leftarrow C_i^{\text{sup}} \leftarrow 2^j$ 
  while  $p_i(\mathbf{C}^{\text{sup}}) \not\leq \varepsilon_i, \forall i \in N$ 
     $j \leftarrow j + 1$ 
     $C_i^{\text{sup}} \leftarrow 2^j$ 
  end while
  /* reduzir o intervalo */
   $\mathbf{C}^{\text{can}} \leftarrow \mathbf{C}^{\text{sup}}$ 
  while  $(C_i^{\text{sup}} - C_i^{\text{inf}}) > 1$ 
     $C_i^{\text{can}} \leftarrow (C_i^{\text{inf}} + C_i^{\text{sup}})/2$ 
    if  $p_i(\mathbf{C}^{\text{can}}) \leq \varepsilon_i, \forall i \in N$  then
       $C_i^{\text{sup}} \leftarrow C_i^{\text{can}}$ ;
    else
       $C_i^{\text{inf}} \leftarrow C_i^{\text{can}}$ ;
    end if
  end while
end algoritmo

```

b) otimização de uma única fila

Figura 4: Algoritmo de Resolução do Problema SCA

tidos foram construídos box-plots estratificados por estes fatores. A partir da análise da Figura 6 já é possível notar que o tempo de processamento parece ser afetado pela topologia, uma vez que a topologia série parece se diferir das demais, tendendo a consumir um tempo maior de execução, isto pode ocorrer pelo fato que todos os nós tem a mesma taxa de chegada, enquanto as topologias divisão e fusão em alguns nós a taxa de chegada é reduzida. Pode ser observado através da Figura 7 que a taxa de chegada parece influenciar o tempo de processamento, sendo que quanto maior essa taxa, maior o tempo de processamento. O número de nós (Figura 8) também parece afetar o tempo de processamento, o qual possui um comportamento ascendente à

medida que aumenta o número de nós. Não se nota entretanto um crescimento exponencial que pudesse comprometer a utilização do algoritmo em instâncias com um maior número de nós.

Infelizmente não se pode determinar exatamente a complexidade do algoritmo utilizado, devido a impossibilidade de se determinar o número de passos necessários em uma topologia genérica visto que quando está se alocando capacidades aos nós o critério de parada é dependente da probabilidade de bloqueio, que consequentemente depende da taxa de chegada. No entanto pode-se perceber que os fatores que mais influem no seu tempo de execução são: o número de nós e a taxa de chegada.

## 4 Conclusões

Um metodologia baseada em redes de filas M/G/C/C dependentes do estado, apropriada para análise e síntese de sistemas sujeitos a congestionamento foi apresentada, enfocando-se

aplicações em redes de pedestres. Ressaltou-se a importância do modelo e fez-se uma breve revisão dos resultados recentes na área. Discutiu-se em detalhes a aplicação do modelo ao problema de planejamento de redes de circulação de pedestres. Resultados computacionais apresentados

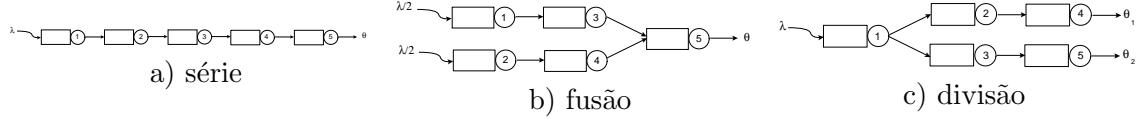


Figura 5: Topologias básicas consideradas, para cinco nós

Tabela 1: Tempos de Execução

$\lambda$	Topologia	Nós	$ucp(s)$	$\lambda$	Topologia	Nós	$ucp(s)$	$\lambda$	Topologia	Nós	$ucp(s)$
1	Série	3	0,66	2	Série	3	0,99	4	Série	3	1,59
		5	2,31			5	3,35			5	5,11
		7	4,89			7	6,87			7	10,22
Divisão	Divisão	3	0,49	Divisão	Divisão	3	0,60	Divisão	Divisão	3	0,88
		5	1,43			5	1,98			5	2,80
		7	2,91			7	4,07			7	5,49
Fusão	Fusão	3	0,44	Fusão	Fusão	3	0,55	Fusão	Fusão	3	0,82
		5	1,37			5	1,92			5	2,75
		7	2,97			7	4,01			7	5,77

tados atestaram a qualidade da abordagem.

Assim, esses modelos possibilitaram a avaliação do problema de alocação ótima das capacidades, cujo objetivo resumiu-se em otimizar a taxa de atendimento. Desse modo, através de um algoritmo de busca pelas coordenadas, determinou-se a capacidade ótima de vários corredores configurados em topologias série, divisão e fusão. Esses resultados revelaram que os fatores fundamentais na determinação da taxa de atendimento são a largura do corredor e a taxa

de chegada à rede.

Uma análise foi feita tendo como base o tempo de execução do algoritmo. Observou-se então que os fatores que mais influentes são a taxa de chegada e o número de nós.

Questões ainda permanecem em aberto. Testes adicionais devem ser feitos para diferentes topologias e probabilidades de bloqueio. Outra possibilidade estender a utilizao destes modelos ao problema de alocao de capacidades em redes de trfego de veculos [4].

## Referências

- [1] J. Cheah.  
Modeling traffic as  $M/G/C/C$  state dependent queues.  
Master's thesis, University of Massachusetts, Amherst, MA, 1990.
- [2] J. Cheah e J. MacGregor Smith.  
Generalized  $M/G/C/C$  state dependent queueing models and pedestrian traffic flows.
- [3] J. J. Fruin.  
Pedestrian Planning and Design.  
Metropolitan Association of Urban Designers and Environmental Planners, Inc., New York, N.Y., 1971.
- [4] R. Jain e J. MacGregor Smith.  
Modeling vehicular traffic flow using  $M/G/C/C$  state dependent queueing models.

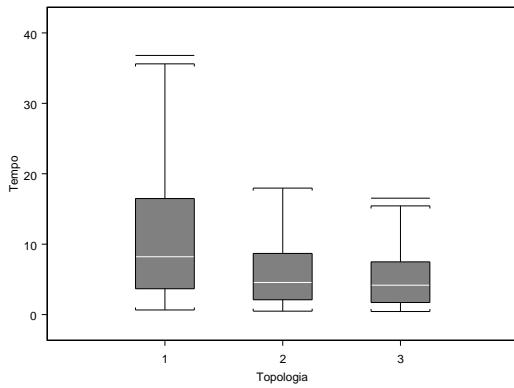


Figura 6: Box-plot por Topologias

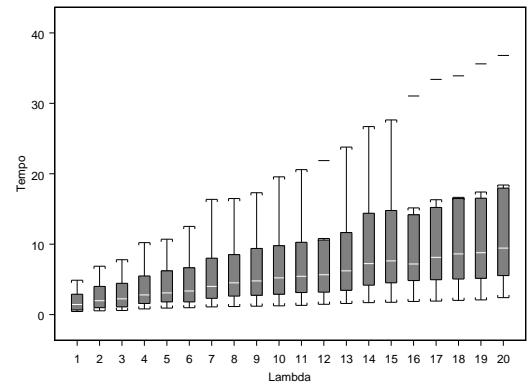


Figura 7: Box-plot por Número de Nós

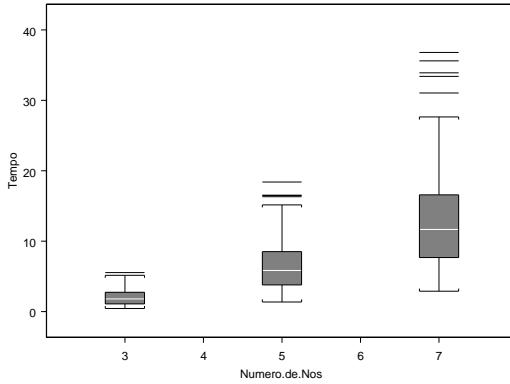


Figura 8: Box-plot por Taxa de Chegada

*Transportation Research*, 31(4):324–336, 1997.

- [5] L. Kerbache e J. MacGregor Smith.

The generalized expansion method for open finite queueing networks.

*European Journal of Operational Research*, 32:448–461, 1987.

- [6] J. Labetoulle e G. Pujolle.

Isolation method in a network of queues.

*IEEE Transactions on Software Engineering*, SE-6(4):373–381, 1980.

- [7] J. MacGregor Smith.

Application of state-dependent queues to pedestrian/vehicular network design.

*Operations Research*, 42:414–427, 1994.

- [8] J. MacGregor Smith.

Topological network design of state-dependent queueing networks.

*Networks*, 28:55–68, 1996.

- [9] J. MacGregor Smith e F. R. B. Cruz.

The buffer allocation problem for general finite buffer queueing networks.

Working paper, Department of Mechanical and Industrial Engineering, University of Massachusetts, Amherst, USA, 2000.

- (submitted for publication).
- [10] D. H. Mitchell e J. MacGregor Smith  
 Topological Network Design of Pedestrian Networks.  
*Transportation Research Part B*, 35, 107–135, 2001.
- [11] P. R. Tregenza.  
*The Design of Interior Circulation*.  
 Van Nostrand Reinhold Company, New York, USA, 1976.
- [12] H. M. Wagner.  
*Pesquisa Operacional*.  
 Prentice-Hall do Brasil Ltda., Rio de Janeiro, 2nd edition, 1986.
- [13] S. J. Yuhaski e J. MacGregor Smith.
- Modeling circulation systems in buildings using state dependent models.  
*Queueing Systems*, 4:319–338, 1989.
- [14] J. MacGregor Smith e F. R. B. Cruz.  
 Analysis of generalized  $M/G/C/C$  state dependent queueing networks.  
 Working paper, Department of Mechanical and Industrial Engineering, University of Massachusetts, Amherst, USA, 2002.  
<ftp://ftp.est.ufmg.br/pub/fcruz/pub/ana.pdf>.
- [15] F. R. B. Cruz, J. MacGregor Smith, D. C. Queiroz e P. C. Oliveira.  
 Capacity allocation in state dependent queueing networks. In: XIV Congresso Brasileiro de Automática, 209-214  
<ftp://ftp.est.ufmg.br/pub/fcruz/pub/cba02120.pdf>.