

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIA DA COMPUTAÇÃO
CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM CIÊNCIA DA COMPUTAÇÃO
PROJETO E ANÁLISE DE ALGORITMOS

Última alteração: 15 de março de 2006

Professor: Nivio Ziviani

Monitor: Fabiano C. Botelho

1º Trabalho Prático - 09/03/06 - 10 pontos

Data de Entrega: 31/03/06

Penalização por Atrazo: 1 ponto até 06/04/06 mais 1 ponto por dia útil a seguir

Observação: Toda a documentação deverá ser apresentada como uma página acessível via Web (apresente o link para acesso à documentação).

1. Avaliar as somas (*0,5 + 0.5 pontos*):

(a) $\sum_{i=1}^n i2^{i-1}$

(b) $\sum_{i=1}^n \frac{1}{i}$

2. *2 pontos*

Sejam a , b e c constantes não negativas. Prove que a solução para

$$\begin{cases} T(1) = c & n = 1 \\ T(n) = aT(n/b) + cn & n > 1 \end{cases}$$

para n uma potência de b é

$$T(n) = \begin{cases} O(n), & \text{se } a < b, \\ O(n \log n), & \text{se } a = b, \\ O(n^{\log_b a}), & \text{se } a > b. \end{cases}$$

3. Resolva as equações de recorrência (*2 pontos*)

(a) $\begin{cases} T(n) = 2T(n/4) + n, & \text{para } n > 1 \\ T(1) = 27 \end{cases}$

(b) $\begin{cases} T(n) = 7T(n/2) + n^2, & \text{para } n > 1 \\ T(1) = 0 \end{cases}$

(c) $\begin{cases} T(n) = T(\sqrt{n}) + \log n, & \text{para } n \geq 1 \\ T(1) = 1 \end{cases}$

Dica: use mudança de variáveis.

(d) $\begin{cases} T(n) = T(n/9) + T(8n/9) + n, & \text{para } n \geq 1 \end{cases}$

Dica: Use uma árvore de recursividade para enxergar a solução.

4. Limite inferior (2 pontos)

Apresente o limite inferior para intercalar dois conjuntos de inteiros $A(1 : m)$ e $B(1 : n)$ onde os itens em A e os itens em B estão ordenados. Assuma que todos os números $m + n$ são distintos.

5. Árvore B (0,5 + 2 + 0,5 pontos)

O objetivo deste trabalho é realizar um estudo do algoritmo árvore B (Ziviani, 2004).

- (a) Obtenha analiticamente o valor da altura h de uma árvore B de ordem m para o melhor caso e o pior caso.
- (b) Obtenha empiricamente os resultados a seguir. Utilize valores distintos de $m = 1$, $m = 50$ e $m = 100$. Utilize arquivos de diferentes tamanhos com chaves geradas aleatoriamente para cada valor de m . Use o programa *Permut.c* para obter uma permutação aleatória de n valores (Ziviani, 2004, pag. 427). Repita cada experimento algumas vezes e obtenha a média para cada medida de complexidade.
 - A altura esperada h de uma árvore B de ordem m aleatória com n chaves, para os valores de m indicados acima. Assuma que a altura esperada é aproximadamente $\log_x n + 1$. Determine empiricamente o valor de x .
 - A probabilidade de que a página segura mais profunda esteja no primeiro nível da árvore.
 - O valor da taxa de utilização de memória.
- (c) Procure trabalhos relacionados mais recentes na literatura com resultados analíticos e descreva sucintamente esses trabalhos. Como os resultados experimentais que você obteve comparam com os resultados analíticos de Ziviani (2004) e/ou encontrados na literatura?