Modelo de Computação para Memória Secundária - Memória Virtual

- Normalmente implementado como uma função do sistema operacional.
- Modelo de armazenamento em dois níveis, devido à necessidade de grandes quantidades de memória e o alto custo da memória principal.
- Uso de uma pequena quantidade de memória principal e uma grande quantidade de memória secundária.
- Programador pode endereçar grandes quantidades de dados, deixando para o sistema a responsabilidade de trasferir o dado da memória secundária para a principal.
- Boa estratégia para algoritmos com pequena localidade de referência.
- Organização do fluxo entre a memória principal e secundária é extremamente importante.

Introdução

- **Pesquisa em memória secundária**: arquivos contém mais registros do que a memória interna pode armazenar.
- Custo para acessar um registro é algumas ordens de grandeza maior do que o custo de processamento na memória primária.
- Medida de complexidade: custo de trasferir dados entre a memória principal e secundária (minimizar o número de transferências).
- Memórias secundárias: apenas um registro pode ser acessado em um dado momento (acesso seqüencial).
- Memórias primárias: acesso a qualquer registro de um arquivo a um custo uniforme (acesso direto).
- O aspecto sistema de computação é importante.
- As características da arquitetura e do sistema operacional da máquina tornam os métodos de pesquisa dependentes de parâmetros que afetam seus desempenhos.

Conteúdo do Capítulo

Pesquisa em Memória Secundária*

Última alteração: 31 de Agosto de 2010

*Transparências elaboradas por Wagner Meira Jr, Flávia Peligrinelli Ribeiro, Israel Guerra, Nívio Ziviani e Charles Ornelas Almeida

Memória Virtual

- Organização de fluxo → transformar o endereço usado pelo programador na localização física de memória correspondente.
- *Espaço de Endereçamento* → endereços usados pelo programador.
- *Espaço de Memória* → localizações de memória no computador.
- O espaço de endereçamento N e o espaço de memória M podem ser vistos como um mapeamento de endereços do tipo: $f : N \rightarrow M$.
- O mapeamento permite ao programador usar um espaço de endereçamento que pode ser maior que o espaço de memória primária disponível.

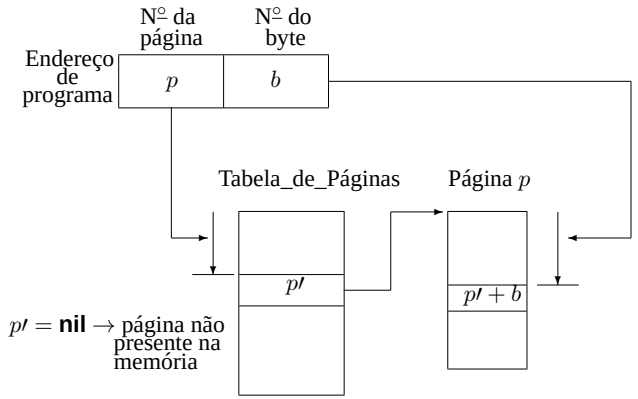
Memória Virtual: Sistema de Paginação

- O espaço de endereçamento é dividido em páginas de tamanho igual, em geral, múltiplos de 512 Kbytes.
- A memória principal é dividida em molduras de páginas de tamanho igual.
- As molduras de páginas contêm algumas páginas ativas enquanto o restante das páginas estão residentes em memória secundária (páginas inativas).
- O mecanismo possui duas funções:
  1. Mapeamento de endereços → determinar qual página um programa está endereçando, encontrar a moldura, se existir, que contenha a página.
  2. Transferência de páginas → transferir páginas da memória secundária para a memória primária e transferí-las de volta para a memória secundária quando não estão mais sendo utilizadas.

Memória Virtual: Sistema de Paginação

- Endereçamento da página → uma parte dos bits é interpretada como um número de página e a outra parte como o número do byte dentro da página (*offset*).
- Mapeamento de endereços → realizado através de uma Tabela de Páginas.
  - a p-ésima entrada contém a localização p' da Moldura de Página contendo a página número p desde que esteja na memória principal.
- O mapeamento de endereços é: $f(e) = f(p, b) = p' + b$, onde e é o endereço do programa, p é o número da página e b o número do byte.

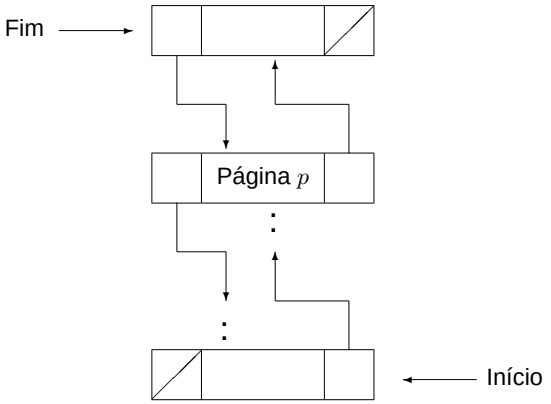
Memória Virtual: Mapeamento de Endereços



Memória Virtual: Estrutura de Dados

```
const TAMANHODAPAGINA = 512;
      ITENSPORPAGINA = 64; { TamanhodaPagina/TamanhodoItem }
type Registro = record
                  Chave: TipoChave;
                  { outros componentes }
                end;
     TipoEndereco = record
                      p: integer;
                      b: 1..ITENSPORPAGINA;
                    end;
     TipoItem = record
                  Reg: TipoRegistro;
                  Esq, Dir: TipoEndereco;
                end;
     TipoPagina = array [1..ITENSPORPAGINA] of TipoItem;
```


Memória Virtual: Política LRU



- Toda vez que uma página é utilizada ela é removida para o fim da fila.
- A página que está no início da fila é a página LRU.
- Quando uma nova página é trazida da memória secundária ela deve ser colocada na moldura que contém a página LRU.

Memória Virtual: Políticas de Reposição de Páginas

- **Menos Recentemente Utilizada (LRU):**
  - um dos algoritmos mais utilizados,
  - remove a página menos recentemente utilizada,
  - parte do princípio que o comportamento futuro deve seguir o passado recente.
- **Menos Freqüentemente Utilizada (LFU):**
  - remove a página menos feqüentemente utilizada,
  - inconveniente: uma página recentemente trazida da memória secundária tem um baixo número de acessos e pode ser removida.
- **Ordem de Chegada (FIFO):**
  - remove a página que está residente há mais tempo,
  - algoritmo mais simples e barato de manter,
  - desvantagem: ignora o fato de que a página mais antiga pode ser a mais referenciada.

Memória Virtual: Reposição de Páginas

- Se não houver uma moldura de página vazia $\rightarrow$ uma página deverá ser removida da memória principal.
- Ideal $\rightarrow$ remover a página que não será referenciada pelo período de tempo mais longo no futuro.
  - tentamos inferir o futuro a partir do comportamento passado.

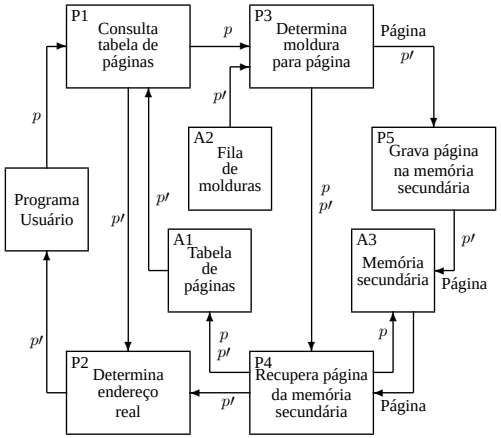
Acesso Seqüencial Indexado

- Utiliza o princípio da pesquisa seqüencial → cada registro é lido seqüencialmente até encontrar uma chave maior ou igual a chave de pesquisa.
- Providências necessárias para aumentar a eficiência:
  - o arquivo deve ser mantido ordenado pelo campo chave do registro,
  - um arquivo de índices contendo pares de valores $< x, p >$ deve ser criado, onde x representa uma chave e p representa o endereço da página na qual o primeiro registro contém a chave x.
  - Estrutura de um arquivo seqüencial indexado para um conjunto de 15 registros:

3	14	25	41
1	2	3	4

1 | 3 5 7 11 | 2 | 14 17 20 21 | 3 | 25 29 32 36 | 4 | 41 44 48 |

Memória Virtual - Transformação do Endereço Virtual para Real



- Quadrados → resultados de processos ou arquivos.
- Retângulos → processos transformadores de informação.

Memória Virtual

- Procedimentos para comunicação com o sistema de paginação:
  - ObtemRegistro → torna disponível um registro.
  - EscreveRegistro → permite criar ou alterar o conteúdo de um registro.
  - DescarregaPaginas → varre a fila de molduras para atualizar na memória secundária todas as páginas que tenham sido modificadas.

Memória Virtual

- Em casos em que precisamos manipular mais de um arquivo ao mesmo tempo:
  - A tabela de páginas para cada arquivo pode ser declarada separadamente.
  - A fila de molduras é única → cada moldura deve ter indicado o arquivo a que se refere aquela página.

```
type TipoPagina = record
                    case byte of
                     0 : (Pa : TipoPaginaA);
                     1 : (Pb : TipoPaginaB);
                     2 : (Pc : TipoPaginaC);
                  end;
```

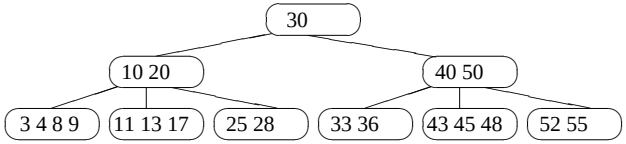
Árvores B - TAD Dicionário

- Estrutura de Dados:

```
type TipoRegistro   = record
                        Chave: TipoChave;
                        {outros componentes}
                      end;
     TipoApontador = ^TipoPagina;
     TipoPagina     = record
                        n: 0..mm;
                        r: array [1..mm] of TipoRegistro;
                        p: array [0..mm] of TipoApontador
                      end;
     TipoDicionario = TipoApontador;
```


Árvores B

- Árvores n-árias: mais de um registro por nodo.
- Em uma árvore B de ordem m:
  - página raiz: 1 e $2m$ registros.
  - demais páginas: no mínimo m registros e $m+1$ descendentes e no máximo $2m$ registros e $2m+1$ descendentes.
  - páginas folhas: aparecem todas no mesmo nível.
- Registros em ordem crescente da esquerda para a direita.
- Extensão natural da árvore binária de pesquisa.
- Árvore B de ordem $m = 2$ com três níveis:



Acesso Seqüencial Indexado: Discos Óticos de Apenas-Leitura (CD-ROM)

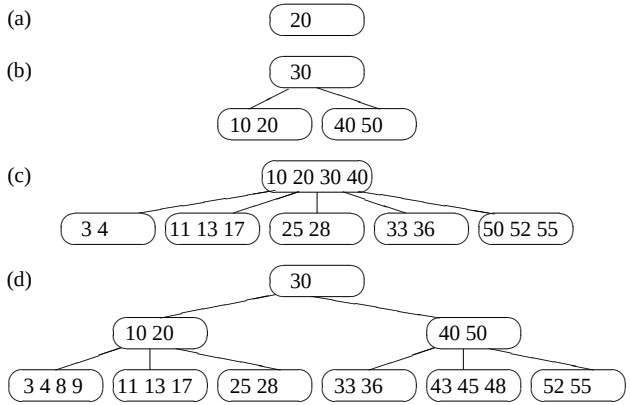
- Grande capacidade de armazenamento (600 MB) e baixo custo.
- Informação armazenada é estática.
- A eficiência na recuperação dos dados é afetada pela localização dos dados no disco e pela seqüência com que são acessados.
- Velocidade linear constante $\rightarrow$ trilhas possuem capacidade variável e tempo de latência rotacional varia de trilha para trilha.
- A trilha tem forma de uma espiral contínua.
- Tempo de busca: acesso a trilhas mais distantes demanda mais tempo que no disco magnético. Há necessidade de deslocamento do mecanismo de acesso e mudanças na rotação do disco.
- Varredura estática: acessa conjunto de trilhas vizinhas sem deslocar mecanismo de leitura.
- Estrutura seqüencial implementada mantendo-se um índice de cilindros na memória principal.

Acesso Seqüencial Indexado: Disco Magnético

- Dividido em círculos concêntricos (trilhas).
- Cilindro $\rightarrow$ todas as trilhas verticalmente alinhadas e que possuem o mesmo diâmetro.
- Latência rotacional $\rightarrow$ tempo necessário para que o início do bloco contendo o registro a ser lido passe pela cabeça de leitura/gravação.
- Tempo de busca (*seek time*) $\rightarrow$ tempo necessário para que o mecanismo de acesso desloque de uma trilha para outra (maior parte do custo para acessar dados).
- Acesso seqüencial indexado = acesso indexado + organização seqüencial,
- Aproveitando características do disco magnético e procurando minimizar o número de deslocamentos do mecanismo de acesso $\rightarrow$ esquema de índices de cilindros e de páginas.

Árvores B - Inserção

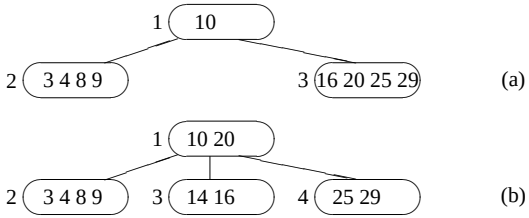
Exemplo de inserção das chaves: 20, 10, 40, 50, 30, 55, 3, 11, 4, 28, 36, 33, 52, 17, 25, 13, 45, 9, 43, 8 e 48



Árvores B - Inserção

1. Localizar a página apropriada aonde o regisro deve ser inserido.
2. Se o registro a ser inserido encontra uma página com menos de $2m$ registros, o processo de inserção fica limitado à página.
3. Se o registro a ser inserido encontra uma página cheia, é criada uma nova página, no caso da página pai estar cheia o processo de divisão se propaga.

Exemplo: Inserindo o registro com chave 14.



Árvores B - Pesquisa

```
procedure Pesquisa (var x: TipoRegistro; Ap: TipoApontador);
var i: Integer;
begin
  if Ap = nil
  then writeln ('Registro nao esta presente na arvore')
  else with Ap^ do
       begin
       i := 1;
       while (i < n) and (x.Chave > r[i].Chave) do i := i + 1;
       if x.Chave = r[i].Chave
       then x := r[i]
       else if x.Chave < r[i].Chave
            then Pesquisa (x, p[i-1])
            else Pesquisa (x, p[i])
       end;
end; { Pesquisa }
```


Árvores B - TAD Dicionário

- Operações:
  - Inicializa

```
procedure Inicializa (var Dicionario: TipoDicionario);
begin
  Dicionario := nil;
end; { Inicializa }
```

  - Pesquisa
  - Insere
  - Remove

Árvores B - Refinamento final do algoritmo Insere

```
procedure Insere (Reg: TipoRegistro; var Ap: TipoApontador);
var Cresceu: Boolean; RegRetorno: TipoRegistro;
    ApRetorno, ApTemp: TipoApontador;

procedure Ins(Reg:TipoRegistro; Ap: TipoApontador; var Cresceu:Boolean;
              var RegRetorno:TipoRegistro; var ApRetorno:TipoApontador);
var i, j: Integer; ApTemp: TipoApontador;
begin
  if Ap = nil
  then begin Cresceu := true; RegRetorno := Reg; ApRetorno := nil; end
  else with Ap^ do
    begin
    i := 1;
    while (i < n) and (Reg.Chave > r[i].Chave) do i := i + 1;
    if Reg.Chave = r[i].Chave
    then begin writeln (' Erro: Registro ja esta presente'); Cresceu:=false; end
    else begin if Reg.Chave < r[i].Chave then i := i - 1;
               Ins (Reg, p[i], Cresceu, RegRetorno, ApRetorno);
               if Cresceu
               then if n < mm
                    then begin { Pagina tem espaco }
                         InsereNaPagina (Ap, RegRetorno, ApRetorno);  Cresceu := false;
                         end
{— Continua na próxima transparência —}
```


Árvores B - Procedimento InsereNaPágina

```
procedure InsereNaPagina (Ap: TipoApontador; Reg: TipoRegistro; ApDir: TipoApontador);
var NaoAchouPosicao: Boolean;
    k              : Integer;
begin
with Ap^ do
  begin
  k := n;
  NaoAchouPosicao := k > 0;
  while NaoAchouPosicao do
    if Reg.Chave < r[k].Chave
    then begin
         r[k+1] := r[k]; p[k+1] := p[k];
         k := k - 1;
         if k < 1 then NaoAchouPosicao := false;
         end
    else NaoAchouPosicao := false;
  r[k+1] := Reg; p[k+1] := ApDir;
  n := n + 1;
  end;
end; { InsereNaPagina }
```


Árvores B - Primeiro refinamento do algoritmo Insere

```
        if Cresceu then if (Numero de registros em Ap) < mm
             then Insere na pagina Ap e Cresceu := false
             else begin { Overflow: pagina tem que ser dividida }
                  Cria nova pagina ApTemp;
                  Transfere metade dos registros de Ap para ApTemp;
                  Atribui registro do meio a RegRetorno;
                  Atribui ApTemp a ApRetorno;
                  end;
        end;
  end;

  begin {Insere}
  Ins (Reg, Ap, Cresceu, RegRetorno, ApRetorno);
  if Cresceu then Cria nova pagina raiz para RegRetorno e ApRetorno;
  end;
```

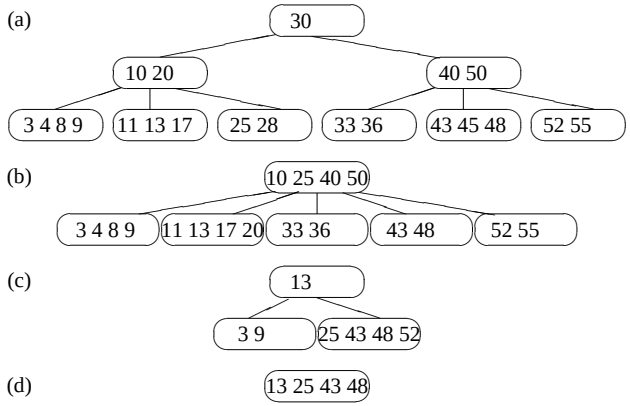

Árvores B - Primeiro refinamento do algoritmo Insere

```
procedure Insere (Reg: Registro; var Ap: Apontador);

  procedure Ins (Reg: Registro; Ap: Apontador;  var Cresceu: Boolean;
                 var RegRetorno: Registro;  var ApRetorno: Apontador);
  var i: integer;
  begin
    if Ap =  nil
    then begin
         Cresceu :=  true;
         Atribui Reg a RegRetorno;
         Atribui nil a ApRetorno;
         end
    else with Ap^ do
         begin
         i := 1;
         while (i < n)  and (x.Chave > r[i].Chave)  do i := i + 1;
         if x.Chave = r[i].Chave
         then writeln ('Erro: Registro ja esta presente na arvore')
         else if x.Chave < r[i].Chave
              then Ins (x, p[i-1], Cresceu, RegRetorno, ApRetorno)
              else Ins (x, p[i], Cresceu, RegRetorno, ApRetorno);
```

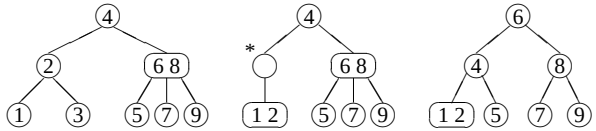
Árvores B - Remoção

Remoção das chaves 45 30 28; 50 8 10 4 20 40 55 17 33 11 36; 3 9 52.

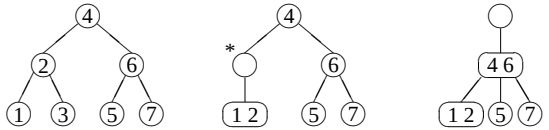


Árvores B - Remoção

Exemplo: Retirando a chave 3.



(a) Página vizinha possui mais do que m registros



(b) Página vizinha possui exatamente m registros

Árvores B - Remoção

- Página com o registro a ser retirado é folha:
  1. retira-se o registro,
  2. se a página não possui pelo menos de m registros, a propriedade da árvore B é violada. Pega-se um registro emprestado da página vizinha. Se não existir registros suficientes na página vizinha, as duas páginas devem ser fundidas em uma só.
- Pagina com o registro não é folha:
  1. o registro a ser retirado deve ser primeiramente substituído por um registro contendo uma chave adjacente.

Árvores B - Refinamento final do algoritmo Insere

```
else begin { Overflow: Pagina tem que ser dividida }
               new (ApTemp);
               ApTemp^.n := 0; ApTemp^.p[0] := nil;
               if i < M + 1
               then begin InsereNaPagina (ApTemp, r[mm], p[mm]);  n := n − 1;
                          InsereNaPagina (Ap, RegRetorno, ApRetorno)
                    end
               else InsereNaPagina (ApTemp, RegRetorno, ApRetorno);
               for j := M + 2 to mm do
                 InsereNaPagina (ApTemp, r[j], p[j]);
               n := M; ApTemp^.p[0] := p[M+1];
               RegRetorno := r[M+1]; ApRetorno := ApTemp;
               end;
          end;
     end;
end; { Ins }
begin Ins (Reg, Ap, Cresceu, RegRetorno, ApRetorno);
      if Cresceu then begin { Arvore cresce na altura pela raiz }
      new (ApTemp); ApTemp^.n := 1;
      ApTemp^.r[1] := RegRetorno;
      ApTemp^.p[1] := ApRetorno;
      ApTemp^.p[0] := Ap; Ap := ApTemp
      end
end; { Insere }
```

Árvores B - Procedimento Retira

```
procedure Antecessor (Ap: TipoApontador; Ind: Integer;
                      ApPai: TipoApontador;
                      var Diminuiu: Boolean);
  begin
  with ApPai^ do
    begin
    if p[n] <> nil
    then begin
         Antecessor (Ap, Ind, p[n], Diminuiu);
         if Diminuiu then Reconstitui (p[n], ApPai, n, Diminuiu);
         end
    else begin
         Ap^.r[Ind] := r[n];  n := n - 1;
         Diminuiu := n < M;
         end;
    end
  end; { Antecessor }
```

{— Continua na próxima transparência —}

Árvores B - Procedimento Retira

```
    if DispAux > 0
    then begin { Existe folga: transfere de Aux para ApPag }
         for j := 1 to DispAux - 1 do with Aux^ do
           InsereNaPagina (ApPag, r[Aux^.n+1-j], p[n+1-j]);
         ApPag^.p[0] := Aux^.p[Aux^.n+1-DispAux];
         ApPai^.r[PosPai] := Aux^.r[Aux^.n+1-DispAux];
         Aux^.n := Aux^.n - DispAux;
         Diminuiu := false
         end
    else begin { Fusao: intercala ApPag em Aux e libera ApPag }
         for j := 1 to M do
           InsereNaPagina (Aux, ApPag^.r[j], ApPag^.p[j]);
         dispose (ApPag);
         ApPai^.n := ApPai^.n - 1;
         if ApPai^.n >= M then Diminuiu := false;
         end;
    end;
  end;
end; { Reconstitui }
```

{— Continua na próxima transparência —}

Árvores B - Procedimento Retira

```
    else begin { Fusao: intercala Aux em ApPag e libera Aux }
         for j := 1 to M do
           InsereNaPagina (ApPag, Aux^.r[j], Aux^.p[j]);
         dispose (Aux);
         for j := PosPai + 1 to ApPai^.n - 1 do with ApPai^ do
           begin
           r[j] := r[j+1]; p[j] := p[j+1]
           end;
         ApPai^.n := ApPai^.n - 1;
         if ApPai^.n >= M
         then Diminuiu := false;
         end
    end
  else begin { Aux = Pagina a esquerda de ApPag }
       Aux := ApPai^.p[PosPai-1];
       DispAux := (Aux^.n - M + 1) div 2;
       for j := ApPag^.n downto 1 do
         ApPag^.r[j+1] := ApPag^.r[j];
       ApPag^.r[1] := ApPai^.r[PosPai];
       for j := ApPag^.n downto 0 do
         ApPag^.p[j+1] := ApPag^.p[j];
       ApPag^.n := ApPag^.n + 1;
```

{— Continua na próxima transparência —}

Árvores B - Procedimento Retira

```
procedure Ret(Ch:TipoChave;var Ap:TipoApontador;var Diminuiu:Boolean);
  var Ind, j: Integer;

    procedure Reconstitui (ApPag: TipoApontador; ApPai: TipoApontador;
                           PosPai: Integer; var Diminuiu: Boolean);
    var Aux: TipoApontador;  DispAux, j: Integer;
    begin
      if PosPai < ApPai^.n
      then begin { Aux = Pagina a direita de ApPag }
           Aux := ApPai^.p[PosPai+1];
           DispAux := (Aux^.n - M + 1) div 2;
           ApPag^.r[ApPag^.n+1] := ApPai^.r[PosPai+1];
           ApPag^.p[ApPag^.n+1] := Aux^.p[0];
           ApPag^.n := ApPag^.n + 1;
           if DispAux > 0
           then begin { Existe folga: transfere de Aux para ApPag }
                for j := 1 to DispAux - 1 do
                  InsereNaPagina (ApPag, Aux^.r[j], Aux^.p[j]);
                  ApPai^.r[PosPai+1] := Aux^.r[DispAux];
                  Aux^.n := Aux^.n - DispAux;
                  for j := 1 to Aux^.n do Aux^.r[j]:=Aux^.r[j+DispAux];
                  for j := 0 to Aux^.n do Aux^.p[j]:=Aux^.p[j+DispAux];
                  Diminuiu := false
                  end
```

{— Continua na próxima transparência —}

Árvores B* - Pesquisa

- Semelhante à pesquisa em árvore B,
- A pesquisa sempre leva a uma página folha,
- A pesquisa não pára se a chave procurada for encontrada em uma página índice. O apontador da direita é seguido até que se encontre uma página folha.

Árvores B* - TAD Dicionário

- Estrutura de Dados:

```
type
  TipoRegistro   = record
                     Chave: TipoChave;
                     { outros componentes }
                   end;
  TipoApontador = ^TipoPagina;
  TipoIntExt     = (Interna, Externa);
  TipoPagina     = record
                     case Pt: TipoIntExt of
                       Interna: (ni: 0..mm;
                                 ri: array [1..mm] of TipoChave;
                                 pi: array [0..mm] of TipoApontador);
                       Externa: (ne: 0..mm2;
                                 re: array [1..mm2] of TipoRegistro);
                   end;
  TipoDicionario = TipoApontador;
```


Árvores B - Procedimento Retira

```
        else begin
             if Ch > r[Ind].Chave then Ind := Ind + 1;
             Ret (Ch, p[Ind-1], Diminuiu);
             if Diminuiu
             then Reconstitui (p[Ind-1], Ap, Ind-1, Diminuiu);
             end
        end
  end; { Ret }

begin { Retira }
  Ret (Ch, Ap, Diminuiu);
  if Diminuiu and (Ap^.n = 0)
  then begin { Arvore diminui na altura }
       Aux := Ap; Ap := Aux^.p[0];
       dispose (Aux);
       end
end; { Retira }
```


Árvores B - Procedimento Retira

```
begin { Ret }
 if Ap = nil
 then begin writeln ('Erro: registro nao esta na arvore'); Diminuiu := false; end
 else with Ap^ do
      begin
      Ind := 1;
      while (Ind < n) and (Ch > r[Ind].Chave) do Ind := Ind + 1;
      if Ch = r[Ind].Chave
      then if p[Ind-1] = nil
           then begin { Pagina folha }
           n := n - 1; Diminuiu := n < M;
           for j := Ind to n do
             begin
             r[j] := r[j+1];
             p[j] := p[j+1];
             end;
           end
      else begin { Pagina nao e folha: trocar com antecessor }
           Antecessor (Ap, Ind, p[Ind-1], Diminuiu);
           if Diminuiu then Reconstitui (p[Ind-1], Ap, Ind-1, Diminuiu);
           end
```

{— Continua na próxima transparência —}

Acesso Concorrente em Árvore B* - Protocolos de Travamentos

- Quando uma página é lida, a operação de recuperação a trava, assim, outros processos, não podem interferir com a página.
- A pesquisa continua em direção ao nível seguinte e a trava é liberada para que outros processos possam ler a página .
- Processo leitor $\rightarrow$ executa uma operação de recuperação
- Processo modificador $\rightarrow$ executa uma operação de inserção ou retirada.
- Dois tipos de travamento:
  - Travamento para leitura $\rightarrow$ permite um ou mais leitores acessarem os dados, mas não permite inserção ou retirada.
  - Travamento exclusivo $\rightarrow$ nenhum outro processo pode operar na página e permite qualquer tipo de operação na página.

Acesso Concorrente em Árvore B*

- Acesso simultâneo a banco de dados por mais de um usuário.
- Concorrência aumenta a utilização e melhora o tempo de resposta do sistema.
- O uso de árvores B* nesses sistemas deve permitir o processamento simultâneo de várias solicitações diferentes.
- Necessidade de criar mecanismos chamados protocolos para garantir a integridade tanto dos dados quanto da estrutura.
- Página segura: não há possibilidade de modificações na estrutura da árvore como conseqüência de inserção ou remoção.
  - inserção $\rightarrow$ página segura se o número de chaves é igual a $2m$,
  - remoção $\rightarrow$ página segura se o número de chaves é maior que m.
- Os algoritmos para acesso concorrente fazem uso dessa propriedade para aumentar o nível de concorrência.

Árvores B* - Inserção e Remoção

- Inserção na árvore B*
  - Semelhante à inserção na árvore B,
  - Diferença: quando uma folha é dividida em duas, o algoritmo promove uma cópia da chave que pertence ao registro do meio para a página pai no nível anterior, retendo o registro do meio na página folha da direita.
- Remoção na árvore B*
  - Relativamente mais simples que em uma árvore B,
  - Todos os registros são folhas,
  - Desde que a folha fique com pelo menos metade dos registros, as páginas dos índices não precisam ser modificadas, mesmo se uma cópia da chave que pertence ao registro a ser retirado esteja no índice.

Árvores B* - Procedimento para pesquisar na árvore B*

```
procedure Pesquisa (var x: TipoRegistro; var Ap: TipoApontador);
var i: integer;
begin
  if Ap^.Pt = Interna
  then with Ap^ do
       begin
       i := 1;
       while (i < ni) and (x.Chave > ri[i]) do i := i + 1;
       if x.Chave < ri[i]
       then Pesquisa(x, pi[i-1])
       else Pesquisa(x, pi[i])
       end
  else with Ap^ do
       begin
       i := 1;
       while (i < ne) and (x.Chave > re[i].Chave) do i := i + 1;
       if x.Chave = re[i].Chave
       then x := re[i]
       else writeln('Registro nao esta presente na arvore');
    end;
end;
```

Árvores B Randômicas - Acesso Concorrente

- Foi proposta uma técnica de aplicar um travamento na *página segura mais profunda* (Psmp) no caminho de inserção.
- Uma página é **segura** se ela contém menos do que $2m$ chaves.
- Uma página segura é a mais profunda se não existir outra página segura abaixo dela.
- Já que o travamento da página impede o acesso de outros processos, é interessante saber qual é a probabilidade de que a página segura mais profunda esteja no primeiro nível.
- Árvore 2-3: $Pr\{\text{Psmp esteja no } 1^{\underline{o}} \text{ nível}\} = \frac{4}{7}$,
  $Pr\{\text{Psmp esteja acima do } 1^{\underline{o}} \text{ nível}\} = \frac{3}{7}$.
- Árvore B de ordem m:
  $Pr\{\text{Psmp esteja no } 1^{\underline{o}} \text{ nível}\} = 1 - \frac{1}{(2\ln 2)m} + O(m^{-2})$,
  $Pr\{\text{Psmp esteja acima do } 1^{\underline{o}} \text{ nível}\} = \frac{3}{7} = \frac{1}{(2\ln 2)m} + O(m^{-2})$.

Árvores B Randômicas - Medidas de Complexidade

- A utilização de memória é cerca de $\ln 2$.
  - Páginas ocupam $\approx$ 69% da área reservada após N inserções randômicas em uma árvore B inicialmente vazia.
- No momento da inserção, a operação mais cara é a partição da página quando ela passa a ter mais do que $2m$ chaves. Envolve:
  - Criação de nova página, rearranjo das chaves e inserção da chave do meio na página pai localizada no nível acima.
  - $Pr\{\text{j partições}\}$: probabilidade de que j partições ocorram durante a N-ésima inserção randômica.
  - Árvore 2-3: $Pr\{\text{0 partições}\} = \frac{4}{7}$, $Pr\{\text{1 ou mais partições}\} = \frac{3}{7}$.
  - Árvore B de ordem m: $Pr\{\text{0 partições}\} = 1 - \frac{1}{(2\ln 2)m} + O(m^{-2})$,
    $Pr\{\text{1 ou + partições}\} = \frac{1}{(2\ln 2)m} + O(m^{-2})$.
  - Árvore B de ordem $m = 70$: 99% das vezes nada acontece em termos de partições durante uma inserção.

Árvore B - Considerações Práticas

- Limites para a altura máxima e mínima de uma árvore B de ordem m com N registros: $\log_{2m+1}(N+1) \leq altura \leq 1 + \log_{m+1}\left(\frac{N+1}{2}\right)$
- Custo para processar uma operação de recuperação de um registro cresce com o logaritmo base m do tamanho do arquivo.
- Altura esperada: não é conhecida analiticamente.
- Há uma conjectura proposta a partir do cálculo analítico do número esperado de páginas para os quatro primeiros níveis (das folha em direção à raiz) de uma **árvore 2-3** (árvore B de ordem $m = 1$).
- Conjetura: a altura esperada de uma árvore 2-3 **randômica** com N chaves é $\overline{h}(N) \approx \log_{7/3}(N+1)$.

Árvore B - Considerações Práticas

- Simples, fácil manutenção, eficiente e versátil.
- Permite acesso seqüencial eficiente.
- Custo para recuperar, inserir e retirar registros do arquivo é logaritmico.
- Espaço utilizado é, no mínimo 50% do espaço reservado para o arquivo,
- Emprego onde o acesso concorrente ao banco de dados é necessário, é viável e relativamente simples de ser implementado.
- Inserção e retirada de registros sempre deixam a árvore balanceada.
- Uma árvore B de ordem m com N registros contém no máximo cerca de $log_{m+1}N$ páginas.

Árvores B Randômicas - Acesso Concorrente

- Novamente, em árvores B de ordem $m = 70$: 99% das vezes a Psmp está em uma folha. (Permite alto grau de concorrência para processos modificadores.)
- Soluções muito complicadas para permitir concorrência de operações em árvores B não trazem grandes benefícios.
- Na maioria das vezes, o travamento ocorrerá em páginas folha. (Permite alto grau de concorrência mesmo para os protocolos mais simples.)

Árvore B - Técnica de Transbordamento (ou Overflow)

- Assuma que um registro tenha de ser inserido em uma página cheia, com $2m$ registros.
- Em vez de particioná-la, olhamos primeiro para a página irmã à direita.
- Se a página irmã possui menos do que $2m$ registros, um simples rearranjo de chaves torna a partição desnecessária.
- Se a página à direita também estiver cheia ou não existir, olhamos para a página irmã à esquerda.
- Se ambas estiverem cheias, então a partição terá de ser realizada.
- Efeito da modificação: produzir uma árvore com melhor utilização de memória e uma altura esperada menor.
- Produz uma utilização de memória de cerca de 83% para uma árvore B randômica.

Árvore B - Influência do Sistema de Paginação

- O número de níveis de uma árvore B é muito pequeno (três ou quatro) se comparado com o número de molduras de páginas.
- Assim, o sistema de paginação garante que a página raiz esteja sempre na memória principal (se for adotada a política LRU).
- O esquema LRU faz com que as páginas a serem particionadas em uma inserção estejam disponíveis na memória principal.
- A escolha do tamanho adequado da ordem m da árvore B é geralmente feita levando em conta as características de cada computador.
- O tamanho ideal da página da árvore corresponde ao tamanho da página do sistema, e a transferência de dados entre as memórias secundária e principal é realizada pelo sistema operacional.
- Estes tamanhos variam entre 512 *bytes* e 4.096 *bytes*, em múltiplos de 512 *bytes*.