Modelo de Computação para Memória Secundária - Memória Virtual

- Normalmente implementado como uma função do sistema operacional.
- Modelo de armazenamento em dois níveis, devido à necessidade de grandes quantidades de memória e o alto custo da memória principal.
- Uso de uma pequena quantidade de memória principal e uma grande quantidade de memória secundária.
- Programador pode endereçar grandes quantidades de dados, deixando para o sistema a responsabilidade de trasferir o dado da memória secundária para a principal.
- Boa estratégia para algoritmos com pequena localidade de referência.
- Organização do fluxo entre a memória principal e secundária é extremamente importante.

Introdução

- **Pesquisa em memória secundária**: arquivos contém mais registros do que a memória interna pode armazenar.
- Custo para acessar um registro é algumas ordens de grandeza maior do que o custo de processamento na memória primária.
- Medida de complexidade: custo de trasferir dados entre a memória principal e secundária (minimizar o número de transferências).
- Memórias secundárias: apenas um registro pode ser acessado em um dado momento (acesso seqüencial).
- Memórias primárias: acesso a qualquer registro de um arquivo a um custo uniforme (acesso direto).
- O aspecto sistema de computação é importante.
- As características da arquitetura e do sistema operacional da máquina tornam os métodos de pesquisa dependentes de parâmetros que afetam seus desempenhos.

Conteúdo do Capítulo

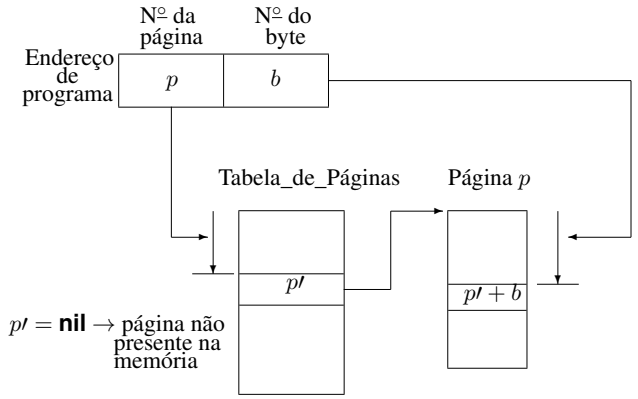
6.1 Modelo de Computação para Memória Secundária
6.1.1 Memória Virtual
6.1.2 Implementação de um Sistema de Paginação
6.2 Acesso Sequencial Indexado
6.2.1 Discos Ópticos de Apenas-Leitura
6.3 Árvores de Pesquisa
6.3.1 Árvores B
6.3.2 Árvores B*
6.3.3 Acesso Concorrente em Árvores B*
6.3.4 Considerações Práticas

Pesquisa em Memória Secundária*

Última alteração: 31 de Agosto de 2010

*Transparências elaboradas por Wagner Meira Jr, Flávia Peligrinelli Ribeiro, Israel Guerra, Nívio Ziviani e Charles Ornelas Almeida

Memória Virtual: Mapeamento de Endereços



Memória Virtual: Sistema de Paginação

- Endereçamento da página → uma parte dos bits é interpretada como um número de página e a outra parte como o número do byte dentro da página (*offset*).
- Mapeamento de endereços → realizado através de uma Tabela de Páginas.
  - a p-ésima entrada contém a localização p' da Moldura de Página contendo a página número p desde que esteja na memória principal.
- O mapeamento de endereços é: $f(e) = f(p, b) = p' + b$, onde e é o endereço do programa, p é o número da página e b o número do byte.

Memória Virtual: Sistema de Paginação

- O espaço de endereçamento é dividido em páginas de tamanho igual, em geral, múltiplos de 512 Kbytes.
- A memória principal é dividida em molduras de páginas de tamanho igual.
- As molduras de páginas contêm algumas páginas ativas enquanto o restante das páginas estão residentes em memória secundária (páginas inativas).
- O mecanismo possui duas funções:
  1. Mapeamento de endereços → determinar qual página um programa está endereçando, encontrar a moldura, se existir, que contenha a página.
  2. Transferência de páginas → transferir páginas da memória secundária para a memória primária e transferí-las de volta para a memória secundária quando não estão mais sendo utilizadas.

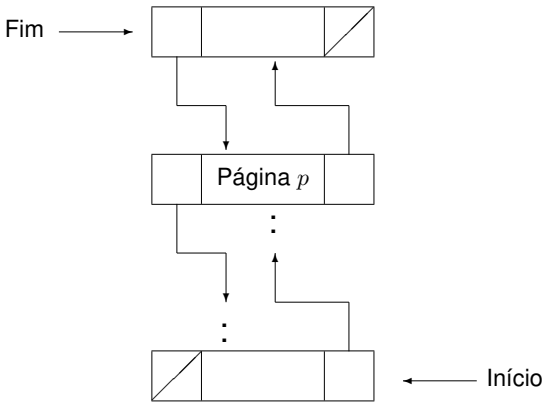
Memória Virtual

- Organização de fluxo → transformar o endereço usado pelo programador na localização física de memória correspondente.
- *Espaço de Endereçamento* → endereços usados pelo programador.
- *Espaço de Memória* → localizações de memória no computador.
- O espaço de endereçamento N e o espaço de memória M podem ser vistos como um mapeamento de endereços do tipo: $f : N \rightarrow M$.
- O mapeamento permite ao programador usar um espaço de endereçamento que pode ser maior que o espaço de memória primária disponível.

Memória Virtual: Estrutura de Dados

```
const TAMANHODAPAGINA = 512;
      ITENSPORPAGINA = 64; { TamanhodaPagina/TamanhodoItem }
type Registro = record
                  Chave: TipoChave;
                  { outros componentes }
                end;
     TipoEndereco = record
                      p: integer;
                      b: 1..ITENSPORPAGINA;
                    end;
     TipoItem = record
                  Reg: TipoRegistro;
                  Esq, Dir: TipoEndereco;
                end;
     TipoPagina = array [1..ITENSPORPAGINA] of TipoItem;
```


Memória Virtual: Política LRU



- Toda vez que uma página é utilizada ela é removida para o fim da fila.
- A página que está no início da fila é a página LRU.
- Quando uma nova página é trazida da memória secundária ela deve ser colocada na moldura que contém a página LRU.

Memória Virtual: Políticas de Reposição de Páginas

- **Menos Recentemente Utilizada (LRU):**
  - um dos algoritmos mais utilizados,
  - remove a página menos recentemente utilizada,
  - parte do princípio que o comportamento futuro deve seguir o passado recente.
- **Menos Freqüentemente Utilizada (LFU):**
  - remove a página menos feqüentemente utilizada,
  - inconveniente: uma página recentemente trazida da memória secundária tem um baixo número de acessos e pode ser removida.
- **Ordem de Chegada (FIFO):**
  - remove a página que está residente há mais tempo,
  - algoritmo mais simples e barato de manter,
  - desvantagem: ignora o fato de que a página mais antiga pode ser a mais referenciada.

Memória Virtual: Reposição de Páginas

- Se não houver uma moldura de página vazia $\rightarrow$ uma página deverá ser removida da memória principal.
- Ideal $\rightarrow$ remover a página que não será referenciada pelo período de tempo mais longo no futuro.
  - tentamos inferir o futuro a partir do comportamento passado.

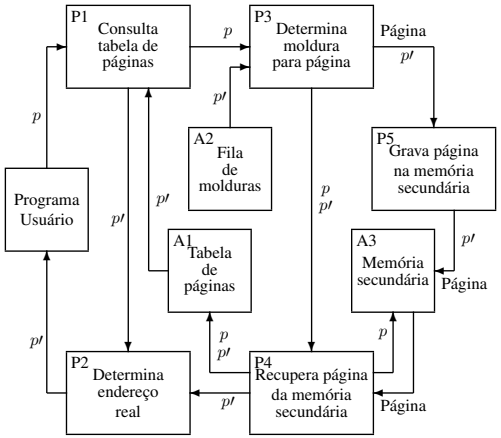
Acesso Seqüencial Indexado

- Utiliza o princípio da pesquisa seqüencial → cada registro é lido seqüencialmente até encontrar uma chave maior ou igual a chave de pesquisa.
- Providências necessárias para aumentar a eficiência:
  - o arquivo deve ser mantido ordenado pelo campo chave do registro,
  - um arquivo de índices contendo pares de valores $< x, p >$ deve ser criado, onde x representa uma chave e p representa o endereço da página na qual o primeiro registro contém a chave x.
  - Estrutura de um arquivo seqüencial indexado para um conjunto de 15 registros:

3	14	25	41
1	2	3	4

1 | 3 5 7 11 | 2 | 14 17 20 21 | 3 | 25 29 32 36 | 4 | 41 44 48 |

Memória Virtual - Transformação do Endereço Virtual para Real



- Quadrados → resultados de processos ou arquivos.
- Retângulos → processos transformadores de informação.

Memória Virtual

- Procedimentos para comunicação com o sistema de paginação:
  - ObtemRegistro → torna disponível um registro.
  - EscreveRegistro → permite criar ou alterar o conteúdo de um registro.
  - DescarregaPaginas → varre a fila de molduras para atualizar na memória secundária todas as páginas que tenham sido modificadas.

Memória Virtual

- Em casos em que precisamos manipular mais de um arquivo ao mesmo tempo:
  - A tabela de páginas para cada arquivo pode ser declarada separadamente.
  - A fila de molduras é única → cada moldura deve ter indicado o arquivo a que se refere aquela página.

```
type TipoPagina = record
                    case byte of
                     0 : (Pa : TipoPaginaA);
                     1 : (Pb : TipoPaginaB);
                     2 : (Pc : TipoPaginaC);
                  end;
```

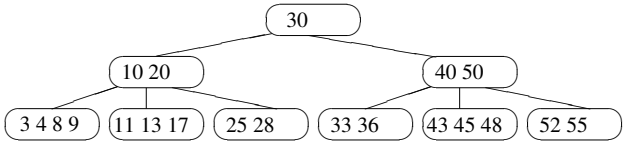
Árvores B - TAD Dicionário

- Estrutura de Dados:

```
type TipoRegistro   = record
                        Chave: TipoChave;
                        {outros componentes}
                      end;
     TipoApontador  = ^TipoPagina;
     TipoPagina     = record
                        n: 0..mm;
                        r: array [1..mm] of TipoRegistro;
                        p: array [0..mm] of TipoApontador
                      end;
     TipoDicionario = TipoApontador;
```


Árvores B

- Árvores n-árias: mais de um registro por nodo.
- Em uma árvore B de ordem m:
  - página raiz: 1 e $2m$ registros.
  - demais páginas: no mínimo m registros e $m+1$ descendentes e no máximo $2m$ registros e $2m+1$ descendentes.
  - páginas folhas: aparecem todas no mesmo nível.
- Registros em ordem crescente da esquerda para a direita.
- Extensão natural da árvore binária de pesquisa.
- Árvore B de ordem $m = 2$ com três níveis:



Acesso Seqüencial Indexado: Discos Óticos de Apenas-Leitura (CD-ROM)

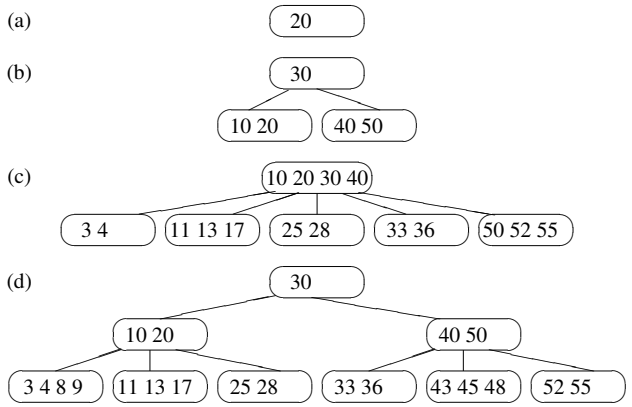
- Grande capacidade de armazenamento (600 MB) e baixo custo.
- Informação armazenada é estática.
- A eficiência na recuperação dos dados é afetada pela localização dos dados no disco e pela seqüência com que são acessados.
- Velocidade linear constante → trilhas possuem capacidade variável e tempo de latência rotacional varia de trilha para trilha.
- A trilha tem forma de uma espiral contínua.
- Tempo de busca: acesso a trilhas mais distantes demanda mais tempo que no disco magnético. Há necessidade de deslocamento do mecanismo de acesso e mudanças na rotação do disco.
- Varredura estática: acessa conjunto de trilhas vizinhas sem deslocar mecanismo de leitura.
- Estrutura seqüencial implementada mantendo-se um índice de cilindros na memória principal.

Acesso Seqüencial Indexado: Disco Magnético

- Dividido em círculos concêntricos (trilhas).
- Cilindro → todas as trilhas verticalmente alinhadas e que possuem o mesmo diâmetro.
- Latência rotacional → tempo necessário para que o início do bloco contendo o registro a ser lido passe pela cabeça de leitura/gravação.
- Tempo de busca (*seek time*) → tempo necessário para que o mecanismo de acesso desloque de uma trilha para outra (maior parte do custo para acessar dados).
- Acesso seqüencial indexado = acesso indexado + organização seqüencial,
- Aproveitando características do disco magnético e procurando minimizar o número de deslocamentos do mecanismo de acesso → esquema de índices de cilindros e de páginas.

Árvores B - Inserção

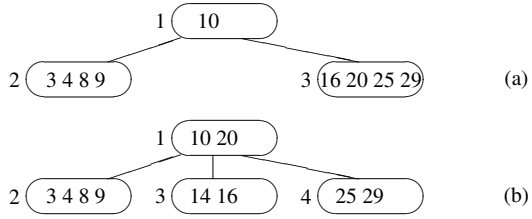
Exemplo de inserção das chaves: 20, 10, 40, 50, 30, 55, 3, 11, 4, 28, 36, 33, 52, 17, 25, 13, 45, 9, 43, 8 e 48



Árvores B - Inserção

1. Localizar a página apropriada aonde o regisro deve ser inserido.
2. Se o registro a ser inserido encontra uma página com menos de $2m$ registros, o processo de inserção fica limitado à página.
3. Se o registro a ser inserido encontra uma página cheia, é criada uma nova página, no caso da página pai estar cheia o processo de divisão se propaga.

Exemplo: Inserindo o registro com chave 14.



Árvores B - Pesquisa

```
procedure Pesquisa (var x: TipoRegistro; Ap: TipoApontador);
var i: Integer;
begin
  if Ap = nil
  then writeln ('Registro nao esta presente na arvore')
  else with Ap^ do
       begin
       i := 1;
       while (i < n) and (x.Chave > r[i].Chave) do i := i + 1;
       if x.Chave = r[i].Chave
       then x := r[i]
       else if x.Chave < r[i].Chave
            then Pesquisa (x, p[i-1])
            else Pesquisa (x, p[i])
       end;
end; { Pesquisa }
```


Árvores B - TAD Dicionário

- Operações:
  - Inicializa

```
procedure Inicializa (var Dicionario: TipoDicionario);
begin
  Dicionario := nil;
end; { Inicializa }
```

  - Pesquisa
  - Insere
  - Remove

Árvores B - Refinamento final do algoritmo Insere

```
procedure Insere (Reg: TipoRegistro; var Ap: TipoApontador);
var Cresceu: Boolean; RegRetorno: TipoRegistro;
    ApRetorno, ApTemp: TipoApontador;

procedure Ins(Reg:TipoRegistro; Ap: TipoApontador; var Cresceu:Boolean;
              var RegRetorno:TipoRegistro; var ApRetorno:TipoApontador);
var i, j: Integer; ApTemp: TipoApontador;
begin
  if Ap = nil
  then begin Cresceu := true; RegRetorno := Reg; ApRetorno := nil; end
  else with Ap^ do
    begin
    i := 1;
    while (i < n) and (Reg.Chave > r[i].Chave) do i := i + 1;
    if Reg.Chave = r[i].Chave
    then begin writeln (' Erro: Registro ja esta presente'); Cresceu:=false; end
    else begin if Reg.Chave < r[i].Chave then i := i - 1;
               Ins (Reg, p[i], Cresceu, RegRetorno, ApRetorno);
               if Cresceu
               then if n < mm
                    then begin { Pagina tem espaco }
                         InsereNaPagina (Ap, RegRetorno, ApRetorno);  Cresceu := false;
                         end
{— Continua na próxima transparência —}
```


Árvores B - Procedimento InsereNaPágina

```
procedure InsereNaPagina (Ap: TipoApontador; Reg: TipoRegistro; ApDir: TipoApontador);
var NaoAchouPosicao: Boolean;
    k              : Integer;
begin
with Ap^ do
  begin
  k := n;
  NaoAchouPosicao := k > 0;
  while NaoAchouPosicao do
    if Reg.Chave < r[k].Chave
    then begin
         r[k+1] := r[k]; p[k+1] := p[k];
         k := k - 1;
         if k < 1 then NaoAchouPosicao := false;
         end
    else NaoAchouPosicao := false;
  r[k+1] := Reg; p[k+1] := ApDir;
  n := n + 1;
  end;
end; { InsereNaPagina }
```


Árvores B - Primeiro refinamento do algoritmo Insere

```
        if Cresceu then if (Numero de registros em Ap) < mm
             then Insere na pagina Ap e Cresceu := false
             else begin { Overflow: pagina tem que ser dividida }
                  Cria nova pagina ApTemp;
                  Transfere metade dos registros de Ap para ApTemp;
                  Atribui registro do meio a RegRetorno;
                  Atribui ApTemp a ApRetorno;
                  end;
        end;
 end;

 begin {Insere}
 Ins (Reg, Ap, Cresceu, RegRetorno, ApRetorno);
 if Cresceu then Cria nova pagina raiz para RegRetorno e ApRetorno;
 end;
```

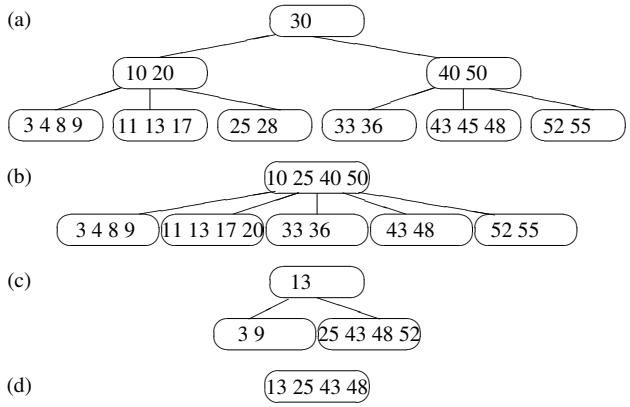

Árvores B - Primeiro refinamento do algoritmo Insere

```
procedure Insere (Reg: Registro; var Ap: Apontador);

  procedure Ins (Reg: Registro; Ap: Apontador;  var Cresceu: Boolean;
                 var RegRetorno: Registro;  var ApRetorno: Apontador);
  var i: integer;
  begin
    if Ap =  nil
    then begin
         Cresceu :=  true;
         Atribui Reg a RegRetorno;
         Atribui nil a ApRetorno;
         end
    else with Ap^ do
         begin
         i := 1;
         while (i < n)  and (x.Chave > r[i].Chave)  do i := i + 1;
         if x.Chave = r[i].Chave
         then writeln ('Erro: Registro ja esta presente na arvore')
         else if x.Chave < r[i].Chave
              then Ins (x, p[i-1], Cresceu, RegRetorno, ApRetorno)
              else Ins (x, p[i], Cresceu, RegRetorno, ApRetorno);
```

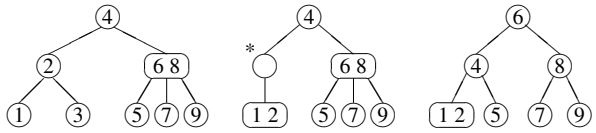
Árvores B - Remoção

Remoção das chaves 45 30 28; 50 8 10 4 20 40 55 17 33 11 36; 3 9 52.

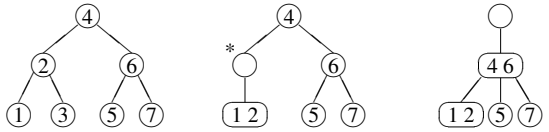


Árvores B - Remoção

Exemplo: Retirando a chave 3.



(a) Página vizinha possui mais do que m registros



(b) Página vizinha possui exatamente m registros

Árvores B - Remoção

- Página com o registro a ser retirado é folha:
  1. retira-se o registro,
  2. se a página não possui pelo menos de m registros, a propriedade da árvore B é violada. Pega-se um registro emprestado da página vizinha. Se não existir registros suficientes na página vizinha, as duas páginas devem ser fundidas em uma só.
- Pagina com o registro não é folha:
  1. o registro a ser retirado deve ser primeiramente substituído por um registro contendo uma chave adjacente.

Árvores B - Refinamento final do algoritmo Insere

```
else begin { Overflow: Pagina tem que ser dividida }
             new (ApTemp);
             ApTemp^.n := 0; ApTemp^.p[0] := nil;
             if i < M + 1
             then begin InsereNaPagina (ApTemp, r[mm], p[mm]);  n := n - 1;
                        InsereNaPagina (Ap, RegRetorno, ApRetorno)
                  end
             else InsereNaPagina (ApTemp, RegRetorno, ApRetorno);
             for j := M + 2 to mm do
               InsereNaPagina (ApTemp, r[j], p[j]);
             n := M; ApTemp^.p[0] := p[M+1];
             RegRetorno := r[M+1]; ApRetorno := ApTemp;
             end;
        end;
    end;
end; { Ins }
begin Ins (Reg, Ap, Cresceu, RegRetorno, ApRetorno);
      if Cresceu then begin { Arvore cresce na altura pela raiz }
      new (ApTemp); ApTemp^.n := 1;
      ApTemp^.r[1] := RegRetorno;
      ApTemp^.p[1] := ApRetorno;
      ApTemp^.p[0] := Ap; Ap := ApTemp
      end
end; { Insere }
```

Árvores B - Procedimento Retira

```
procedure Antecessor (Ap: TipoApontador; Ind: Integer;
                      ApPai: TipoApontador;
                      var Diminuiu: Boolean);
  begin
  with ApPai^ do
    begin
    if p[n] <> nil
    then begin
         Antecessor (Ap, Ind, p[n], Diminuiu);
         if Diminuiu then Reconstitui (p[n], ApPai, n, Diminuiu);
         end
    else begin
         Ap^.r[Ind] := r[n];  n := n - 1;
         Diminuiu := n < M;
         end;
    end
  end; { Antecessor }
```

{— Continua na próxima transparência —}

Árvores B - Procedimento Retira

```
    if DispAux > 0
    then begin { Existe folga: transfere de Aux para ApPag }
         for j := 1 to DispAux - 1 do with Aux^ do
           InsereNaPagina (ApPag, r[Aux^.n+1-j], p[n+1-j]);
         ApPag^.p[0] := Aux^.p[Aux^.n+1-DispAux];
         ApPai^.r[PosPai] := Aux^.r[Aux^.n+1-DispAux];
         Aux^.n := Aux^.n - DispAux;
         Diminuiu := false
         end
    else begin { Fusao: intercala ApPag em Aux e libera ApPag }
         for j := 1 to M do
           InsereNaPagina (Aux, ApPag^.r[j], ApPag^.p[j]);
         dispose (ApPag);
         ApPai^.n := ApPai^.n - 1;
         if ApPai^.n >= M then Diminuiu := false;
         end;
    end;
  end;
end; { Reconstitui }
```

{— Continua na próxima transparência —}

Árvores B - Procedimento Retira

```
    else begin { Fusao: intercala Aux em ApPag e libera Aux }
         for j := 1 to M do
           InsereNaPagina (ApPag, Aux^.r[j], Aux^.p[j]);
         dispose (Aux);
         for j := PosPai + 1 to ApPai^.n - 1 do with ApPai^ do
           begin
           r[j] := r[j+1]; p[j] := p[j+1]
           end;
         ApPai^.n := ApPai^.n - 1;
         if ApPai^.n >= M
         then Diminuiu := false;
         end
    end
  else begin { Aux = Pagina a esquerda de ApPag }
       Aux := ApPai^.p[PosPai-1];
       DispAux := (Aux^.n - M + 1) div 2;
       for j := ApPag^.n downto 1 do
         ApPag^.r[j+1] := ApPag^.r[j];
       ApPag^.r[1] := ApPai^.r[PosPai];
       for j := ApPag^.n downto 0 do
         ApPag^.p[j+1] := ApPag^.p[j];
       ApPag^.n := ApPag^.n + 1;
```

{— Continua na próxima transparência —}

Árvores B - Procedimento Retira

```
procedure Ret(Ch:TipoChave;var Ap:TipoApontador;var Diminuiu:Boolean);
  var Ind, j: Integer;

    procedure Reconstitui (ApPag: TipoApontador; ApPai: TipoApontador;
                           PosPai: Integer; var Diminuiu: Boolean);
    var Aux: TipoApontador;  DispAux, j: Integer;
    begin
      if PosPai < ApPai^.n
      then begin { Aux = Pagina a direita de ApPag }
           Aux := ApPai^.p[PosPai+1];
           DispAux := (Aux^.n - M + 1) div 2;
           ApPag^.r[ApPag^.n+1] := ApPai^.r[PosPai+1];
           ApPag^.p[ApPag^.n+1] := Aux^.p[0];
           ApPag^.n := ApPag^.n + 1;
           if DispAux > 0
           then begin { Existe folga: transfere de Aux para ApPag }
                for j := 1 to DispAux - 1 do
                  InsereNaPagina (ApPag, Aux^.r[j], Aux^.p[j]);
                  ApPai^.r[PosPai+1] := Aux^.r[DispAux];
                  Aux^.n := Aux^.n - DispAux;
                  for j := 1 to Aux^.n do Aux^.r[j]:=Aux^.r[j+DispAux];
                  for j := 0 to Aux^.n do Aux^.p[j]:=Aux^.p[j+DispAux];
                  Diminuiu := false
                end
```

{— Continua na próxima transparência —}

Árvores B* - Pesquisa

- Semelhante à pesquisa em árvore B,
- A pesquisa sempre leva a uma página folha,
- A pesquisa não pára se a chave procurada for encontrada em uma página índice. O apontador da direita é seguido até que se encontre uma página folha.

Árvores B* - TAD Dicionário

- Estrutura de Dados:

```
type
  TipoRegistro   = record
                     Chave: TipoChave;
                     { outros componentes }
                   end;
  TipoApontador = ^TipoPagina;
  TipoIntExt     = (Interna, Externa);
  TipoPagina     = record
                     case Pt: TipoIntExt of
                       Interna: (ni: 0..mm;
                                 ri: array [1..mm] of TipoChave;
                                 pi: array [0..mm] of TipoApontador);
                       Externa: (ne: 0..mm2;
                                 re: array [1..mm2] of TipoRegistro);
                   end;
  TipoDicionario = TipoApontador;
```


Árvores B - Procedimento Retira

```
        else begin
             if Ch > r[Ind].Chave then Ind := Ind + 1;
             Ret (Ch, p[Ind-1], Diminuiu);
             if Diminuiu
             then Reconstitui (p[Ind-1], Ap, Ind-1, Diminuiu);
             end
        end
  end; { Ret }

begin { Retira }
  Ret (Ch, Ap, Diminuiu);
  if Diminuiu and (Ap^.n = 0)
  then begin { Arvore diminui na altura }
       Aux := Ap; Ap := Aux^.p[0];
       dispose (Aux);
       end
end; { Retira }
```


Árvores B - Procedimento Retira

```
begin { Ret }
 if Ap = nil
 then begin writeln ('Erro: registro nao esta na arvore'); Diminuiu := false; end
 else with Ap^ do
      begin
      Ind := 1;
      while (Ind < n) and (Ch > r[Ind].Chave) do Ind := Ind + 1;
      if Ch = r[Ind].Chave
      then if p[Ind-1] = nil
           then begin { Pagina folha }
           n := n - 1; Diminuiu := n < M;
           for j := Ind to n do
             begin
             r[j] := r[j+1];
             p[j] := p[j+1];
             end;
           end
      else begin { Pagina nao e folha: trocar com antecessor }
           Antecessor (Ap, Ind, p[Ind-1], Diminuiu);
           if Diminuiu then Reconstitui (p[Ind-1], Ap, Ind-1, Diminuiu);
           end
```

{— Continua na próxima transparência —}

Acesso Concorrente em Árvore B* - Protocolos de Travamentos

- Quando uma página é lida, a operação de recuperação a trava, assim, outros processos, não podem interferir com a página.
- A pesquisa continua em direção ao nível seguinte e a trava é liberada para que outros processos possam ler a página .
- Processo leitor $\rightarrow$ executa uma operação de recuperação
- Processo modificador $\rightarrow$ executa uma operação de inserção ou retirada.
- Dois tipos de travamento:
  - Travamento para leitura $\rightarrow$ permite um ou mais leitores acessarem os dados, mas não permite inserção ou retirada.
  - Travamento exclusivo $\rightarrow$ nenhum outro processo pode operar na página e permite qualquer tipo de operação na página.

Acesso Concorrente em Árvore B*

- Acesso simultâneo a banco de dados por mais de um usuário.
- Concorrência aumenta a utilização e melhora o tempo de resposta do sistema.
- O uso de árvores B* nesses sistemas deve permitir o processamento simultâneo de várias solicitações diferentes.
- Necessidade de criar mecanismos chamados protocolos para garantir a integridade tanto dos dados quanto da estrutura.
- Página segura: não há possibilidade de modificações na estrutura da árvore como conseqüência de inserção ou remoção.
  - inserção $\rightarrow$ página segura se o número de chaves é igual a $2m$,
  - remoção $\rightarrow$ página segura se o número de chaves é maior que m.
- Os algoritmos para acesso concorrente fazem uso dessa propriedade para aumentar o nível de concorrência.

Árvores B* - Inserção e Remoção

- Inserção na árvore B*
  - Semelhante à inserção na árvore B,
  - Diferença: quando uma folha é dividida em duas, o algoritmo promove uma cópia da chave que pertence ao registro do meio para a página pai no nível anterior, retendo o registro do meio na página folha da direita.
- Remoção na árvore B*
  - Relativamente mais simples que em uma árvore B,
  - Todos os registros são folhas,
  - Desde que a folha fique com pelo menos metade dos registros, as páginas dos índices não precisam ser modificadas, mesmo se uma cópia da chave que pertence ao registro a ser retirado esteja no índice.

Árvores B* - Procedimento para pesquisar na árvore B*

```
procedure Pesquisa (var x: TipoRegistro; var Ap: TipoApontador);
var i: integer;
begin
  if Ap^.Pt = Interna
  then with Ap^ do
       begin
       i := 1;
       while (i < ni) and (x.Chave > ri[i]) do i := i + 1;
       if x.Chave < ri[i]
       then Pesquisa(x, pi[i-1])
       else Pesquisa(x, pi[i])
       end
  else with Ap^ do
       begin
       i := 1;
       while (i < ne) and (x.Chave > re[i].Chave) do i := i + 1;
       if x.Chave = re[i].Chave
       then x := re[i]
       else writeln('Registro nao esta presente na arvore');
    end;
end;
```

Árvores B Randômicas - Acesso Concorrente

- Foi proposta uma técnica de aplicar um travamento na *página segura mais profunda* (Psmp) no caminho de inserção.
- Uma página é **segura** se ela contém menos do que $2m$ chaves.
- Uma página segura é a mais profunda se não existir outra página segura abaixo dela.
- Já que o travamento da página impede o acesso de outros processos, é interessante saber qual é a probabilidade de que a página segura mais profunda esteja no primeiro nível.
- Árvore 2-3: $Pr\{\text{Psmp esteja no } 1^{\underline{o}} \text{ nível}\} = \frac{4}{7}$,
  $Pr\{\text{Psmp esteja acima do } 1^{\underline{o}} \text{ nível}\} = \frac{3}{7}$.
- Árvore B de ordem m:
  $Pr\{\text{Psmp esteja no } 1^{\underline{o}} \text{ nível}\} = 1 - \frac{1}{(2\ln 2)m} + O(m^{-2})$,
  $Pr\{\text{Psmp esteja acima do } 1^{\underline{o}} \text{ nível}\} = \frac{3}{7} = \frac{1}{(2\ln 2)m} + O(m^{-2})$.

Árvores B Randômicas - Medidas de Complexidade

- A utilização de memória é cerca de $\ln 2$.
  - Páginas ocupam $\approx$ 69% da área reservada após N inserções randômicas em uma árvore B inicialmente vazia.
- No momento da inserção, a operação mais cara é a partição da página quando ela passa a ter mais do que $2m$ chaves. Envolve:
  - Criação de nova página, rearranjo das chaves e inserção da chave do meio na página pai localizada no nível acima.
  - $Pr\{\text{j partições}\}$: probabilidade de que j partições ocorram durante a N-ésima inserção randômica.
  - Árvore 2-3: $Pr\{\text{0 partições}\} = \frac{4}{7}$, $Pr\{\text{1 ou mais partições}\} = \frac{3}{7}$.
  - Árvore B de ordem m: $Pr\{\text{0 partições}\} = 1 - \frac{1}{(2\ln 2)m} + O(m^{-2})$,
    $Pr\{\text{1 ou + partições}\} = \frac{1}{(2\ln 2)m} + O(m^{-2})$.
  - Árvore B de ordem $m = 70$: 99% das vezes nada acontece em termos de partições durante uma inserção.

Árvore B - Considerações Práticas

- Limites para a altura máxima e mínima de uma árvore B de ordem m com N registros: $\log_{2m+1}(N+1) \leq altura \leq 1 + \log_{m+1}\left(\frac{N+1}{2}\right)$
- Custo para processar uma operação de recuperação de um registro cresce com o logaritmo base m do tamanho do arquivo.
- Altura esperada: não é conhecida analiticamente.
- Há uma conjectura proposta a partir do cálculo analítico do número esperado de páginas para os quatro primeiros níveis (das folha em direção à raiz) de uma **árvore 2-3** (árvore B de ordem $m = 1$).
- Conjetura: a altura esperada de uma árvore 2-3 **randômica** com N chaves é $\overline{h}(N) \approx \log_{7/3}(N+1)$.

Árvore B - Considerações Práticas

- Simples, fácil manutenção, eficiente e versátil.
- Permite acesso seqüencial eficiente.
- Custo para recuperar, inserir e retirar registros do arquivo é logaritmico.
- Espaço utilizado é, no mínimo 50% do espaço reservado para o arquivo,
- Emprego onde o acesso concorrente ao banco de dados é necessário, é viável e relativamente simples de ser implementado.
- Inserção e retirada de registros sempre deixam a árvore balanceada.
- Uma árvore B de ordem m com N registros contém no máximo cerca de $log_{m+1}N$ páginas.

Árvore B - Influência do Sistema de Paginação

- O número de níveis de uma árvore B é muito pequeno (três ou quatro) se comparado com o número de molduras de páginas.
- Assim, o sistema de paginação garante que a página raiz esteja sempre na memória principal (se for adotada a política LRU).
- O esquema LRU faz com que as páginas a serem particionadas em uma inserção estejam disponíveis na memória principal.
- A escolha do tamanho adequado da ordem m da árvore B é geralmente feita levando em conta as características de cada computador.
- O tamanho ideal da página da árvore corresponde ao tamanho da página do sistema, e a transferência de dados entre as memórias secundária e principal é realizada pelo sistema operacional.
- Estes tamanhos variam entre 512 *bytes* e 4.096 *bytes*, em múltiplos de 512 *bytes*.

Árvore B - Técnica de Transbordamento (ou Overflow)

- Assuma que um registro tenha de ser inserido em uma página cheia, com $2m$ registros.
- Em vez de particioná-la, olhamos primeiro para a página irmã à direita.
- Se a página irmã possui menos do que $2m$ registros, um simples rearranjo de chaves torna a partição desnecessária.
- Se a página à direita também estiver cheia ou não existir, olhamos para a página irmã à esquerda.
- Se ambas estiverem cheias, então a partição terá de ser realizada.
- Efeito da modificação: produzir uma árvore com melhor utilização de memória e uma altura esperada menor.
- Produz uma utilização de memória de cerca de 83% para uma árvore B randômica.

Árvores B Randômicas - Acesso Concorrente

- Novamente, em árvores B de ordem $m = 70$: 99% das vezes a Psmp está em uma folha. (Permite alto grau de concorrência para processos modificadores.)
- Soluções muito complicadas para permitir concorrência de operações em árvores B não trazem grandes benefícios.
- Na maioria das vezes, o travamento ocorrerá em páginas folha. (Permite alto grau de concorrência mesmo para os protocolos mais simples.)