Fundamentos da Teoria da Computação — $1^{\underline{o}}$ semestre de 2003

Professor: Newton José Vieira — DCC/ICEx/UFMG

Lista Preparatória para a Segunda Prova

1. Construa AFN's para as seguintes linguagens, com o *menor número de estados* que conseguir:
   (a) $\{xy \in \{\mathtt{0}, \mathtt{1}\}^* \mid n_{\mathtt{1}}(x) \bmod 3 = 0 \text{ e } \eta(y) \bmod 3 = 1\}$, onde $\eta(y)$ é o número representado por y na base 2.
   (b) $\{xyx \mid x, y \in \{\mathtt{a}, \mathtt{b}\}^* \text{ e } |x| = 3\}$.
   (c) O conjunto das palavras de $\{\mathtt{a}, \mathtt{b}, \mathtt{c}\}^*$ em que o último símbolo não tenha ocorrido antes.
   (d) $\{xy \in \{\mathtt{0}, \mathtt{1}\}^* \mid |y| = 4 \text{ e } n_{\mathtt{1}}(y) > n_{\mathtt{0}}(y)\}$.

2. Obtenha um AFD equivalente ao AFN do item (c) da questão anterior, usando o método visto em aula.

3. Seja o AFNλ $M = (\{0, 1, 2\}, \{\mathtt{a}, \mathtt{b}, \mathtt{c}\}, \delta, \{0\}, \{2\})$, onde δ é dada por:

δ	a	b	c	λ
0	$\{0\}$	$\{1\}$	$\{\}$	$\{\}$
1	$\{\}$	$\{\}$	$\{2\}$	$\{0\}$
2	$\{\}$	$\{\}$	$\{1\}$	$\{\}$

   (a) Construa um AFN equivalente.
   (b) A partir do AFN construa uma expressão regular que denote a linguagem reconhecida.

4. Prove que os seguintes conjuntos não são linguagens regulares, utilizando o lema do bombeamento:
   (a) $\{\mathtt{a}^{2n}\mathtt{b}^{2n+1} \mid n \geq 0\}$
   (b) $\{xx \mid x \in \{\mathtt{a}, \mathtt{b}\}^*\}$
   (c) $\{\mathtt{0}^n y \mid n \geq 0 \text{ e } |y| \leq n\}$

5. Prove que os seguintes conjuntos são ou não são linguagens regulares:
   (a) $\overline{\{\mathtt{a}\}^*\{\mathtt{b}\}^*}$
   (b) $\{xy \mid x, y \in \{\mathtt{a}, \mathtt{b}\}^* \text{ e } |x| = |y| \text{ e } n_{\mathtt{a}}(x) = n_{\mathtt{b}}(y)\}$
   (c) $\{xy \mid x, y \in \{\mathtt{a}, \mathtt{b}\}^* \text{ e } |x| = |y| \text{ e } n_{\mathtt{a}}(x) \neq n_{\mathtt{b}}(y)\}$

6. Mostre que a classe das linguagens regulares é fechada sob as seguintes operações (a é um certo símbolo do alfabeto de L):
   (a) $pf_a(L) = \{x \mid xa \in L\}$
   (b) $sf_a(L) = \{y \mid ay \in L\}$

7. Sejam L_1 e L_2 duas linguagens. Mostre que sim ou que não:
   (a) se $L_1 \cup L_2$ é uma linguagem regular então L_1 é uma linguagem regular.
   (b) se $L_1 L_2$ é uma linguagem regular então L_1 é uma linguagem regular.
   (c) se L_1^* é uma linguagem regular então L_1 é uma linguagem regular.
   (d) se L_1 é uma linguagem regular então $\{w \mid w$ é uma subpalavra de $L_1\}$ é uma linguagem regular.

8. Sejam L_1 e L_2 duas linguagens **não** regulares. Mostre que sim ou que não:
   (a) $L_1 \cup L_2$ é uma linguagem não regular.
   (b) $L_1 L_2$ é uma linguagem não regular.
   (c) L_1^* é uma linguagem não regular.
   (d) $\{w \mid w$ é uma subpalavra de $L_1\}$ é uma linguagem não regular.

9. Encontre ER's e GR's para os seguintes conjuntos:
   (a) $\{w \in \{\mathtt{a}, \mathtt{b}\}^* \mid 1 \leq |w| \leq 10\}$
   (b) $\{w \in \{\mathtt{a}, \mathtt{b}\}^* \mid w$ contém $\mathtt{a}$ e $|w|$ é ímpar$\}$
   (c) $\{w \in \{\mathtt{a}, \mathtt{b}\}^* \mid$ $\mathtt{b}$'s só podem ocorrer nas posições ímpares de $w\}$
   (d) $\{w \in \{\mathtt{a}, \mathtt{b}\}^* \mid w$ não contém $\mathtt{bb}\}$

10. Obtenha ER's que denotem as linguagens sobre $\{\mathtt{0}, \mathtt{1}\}$ abaixo. Deverá ser explicitado o método ou raciocínio usado.
    (a) O conjunto das palavras em que as posições pares só contêm `0`'s e as ímpares só contêm `1`'s.
    (b) O conjunto das palavras que não contém a subpalavra `111`.
    (c) O conjunto das palavras com número par de `0`'s e ímpar de `1`'s.