Fundamentos da Teoria da Computação — 2º semestre de 2004
Professor: Newton José Vieira — DCC/ICEx/UFMG
Primeira Prova — 16/09/2004

As questões 1, 2 e 3 valem 3 pontos cada uma; a questão 4 vale 4,5 pontos; e a questão 5 vale 1,5 pontos.

1. Para cada um dos casos abaixo, encontre exemplos de linguagens A e B sobre $\{\mathtt{a}, \mathtt{b}\}$ que satisfaçam a condição apresentada:
   (a) $|AB| \neq |A| \times |B|$. ($|A|$ é o número de palavras de A.)
   (b) $(A \cup B)^* \neq A^* \cup B^*$.
   (c) $A \not\subseteq B$ e $B \not\subseteq A$ e $(A \cup B)^* = A^* \cup B^*$.

2. Descreva as linguagens abaixo, todas sobre o alfabeto $\{\mathtt{0}, \mathtt{1}\}$, usando conjuntos finitos e apenas as operações: concatenação, união, interseção e/ou fecho de Kleene.
   (a) O conjunto das palavras com um número par de 0's.
   (b) $\{w \in \{\mathtt{0}, \mathtt{1}\}^* \mid w$ começa com $\mathtt{0}$ e contém $\mathtt{11}\}$.
   (c) $\{\mathtt{0}y \mid y \in \{\mathtt{0}, \mathtt{1}\}^*$ e y não contém $\mathtt{11}\}$.

3. Sobre gramáticas:
   (a) Que linguagem é gerada pela gramática G definida a seguir?
   $G = (\{P, A, B\}, \{\mathtt{a}, \mathtt{b}, \mathtt{c}\}, R, P)$.
   R: $P \rightarrow BAB$
   $A \rightarrow \mathtt{a}A\mathtt{a} \mid \lambda$
   $B \rightarrow \mathtt{a}B\mathtt{a} \mid \mathtt{b}B\mathtt{b} \mid \mathtt{c}$
   (b) Obtenha uma gramática que gere o conjunto das palavras sobre $\{\mathtt{a}, \mathtt{b}, \mathtt{c}\}$ que não contenham ab como subpalavra.

4. Construa autômatos finitos determinísticos (AFD's) para as linguagens a seguir. Apresente apenas o diagrama de estados de cada AFD (pode ser no estilo simplificado).
   (a) $\{\mathtt{01}\}^*\{\mathtt{1}, \mathtt{10}\}^*$.
   (b) $\{\mathtt{0}y \mid y \in \{\mathtt{0}, \mathtt{1}\}^*$ e y não contém $\mathtt{11}\}$.
   (c) O complemento da linguagem do item (b).

5. Seja um AFD $M = (\{i, e, f, \ldots\}, \{\mathtt{0}, \mathtt{1}\}, \delta, i, \{f\})$ e suponha que $\hat{\delta}(i, x) = e$, $\hat{\delta}(e, y) = e$ e $\hat{\delta}(e, z) = f$, onde $\hat{\delta}$ é a função de transição estendida para M. Explique porque:
   (a) $xz \in L(M)$.
   (b) $xyyz \in L(M)$.
   (c) $L(M)$ é infinita.