Fundamentos da Teoria da Computação — 1º semestre de 2007

Professor: Newton José Vieira — DCC/ICEx/UFMG

Primeira Prova/Solução do professor

1. Sejam $A = \{\mathtt{a}\}$ e $B = \{\mathtt{bb}\}$. Quantas palavras de n símbolos, para cada $n \geq 0$, há em:

   (a) A^*B?

   (b) AB^*?

   (c) A^*B^*?

   Solução: Chamando de $p(n)$ o número de palavras de n símbolos:

   (a) $p(0) = p(1) = 0$; $p(n) = 1$ para $n \geq 2$.

   (b) $p(n) = 0$ se n é par; $p(n) = 1$ se n é ímpar.

   (c) $p(n) = \lfloor n/2 \rfloor + 1$.

2. Obtenha gramáticas para as seguintes linguagens:

   (a) $\{\mathtt{0}, \mathtt{1}\}^*\{\mathtt{00}, \mathtt{11}\}$.

   (b) $\{w \in \{\mathtt{0}, \mathtt{1}\}^* \mid$ o número de $\mathtt{0}$s em w é ímpar$\}$.

   (c) $\{wxw^R \mid w \in \{\mathtt{a}, \mathtt{b}\}^*$ e $x \in \{\mathtt{c}\}^*\}$.

   Solução:

   (a) $P \rightarrow \mathtt{0}P \mid \mathtt{1}P \mid \mathtt{00} \mid \mathtt{11}$

   (b) $P \rightarrow \mathtt{0}I \mid \mathtt{1}P$
   $I \rightarrow \mathtt{0}P \mid \mathtt{1}I \mid \lambda$

   (c) $P \rightarrow \mathtt{a}P\mathtt{a} \mid \mathtt{b}P\mathtt{b} \mid \mathtt{C}$
   $C \rightarrow \mathtt{c}C \mid \lambda$

3. Construa AFDs que reconheçam as linguagens a seguir. Apresente apenas os diagramas de estados.

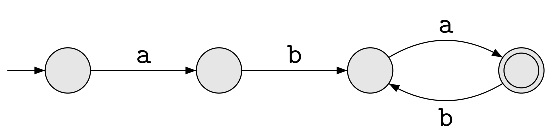
   (a) $\{\mathtt{ab}\}^*\{\mathtt{aba}\}$.

   (b) $\{w \in \{\mathtt{a}, \mathtt{b}, \mathtt{c}\}^* \mid$ a subpalavra $\mathtt{abc}$ ocorre um número ímpar de vezes em $w\}$.

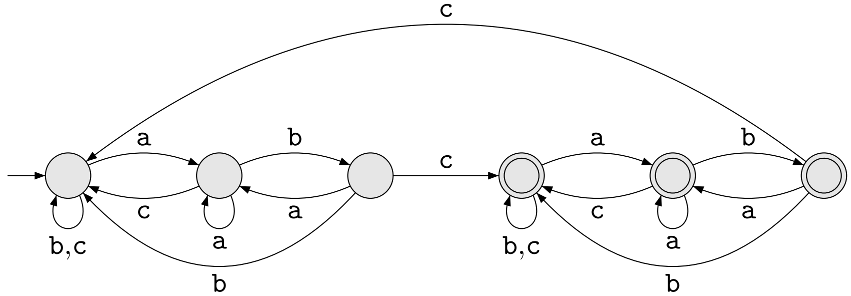
   (c) $\{w \in \{\mathtt{0}, \mathtt{1}\}^* \mid w$ contém o mesmo símbolo em todas as posições ímpares$\}$. Considere que o primeiro símbolo da palavra está na posição 1, o segundo na posição 2 etc.

   Solução:

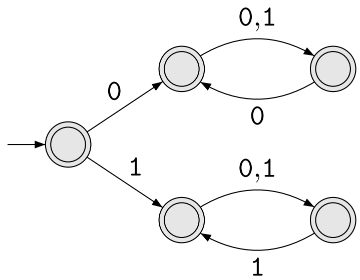
   (a)



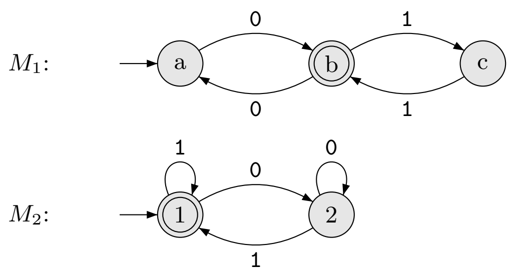
   (b)



(c)



4. Sejam os AFDs M_1 e M_2 com os diagramas de estado mostrados a seguir.

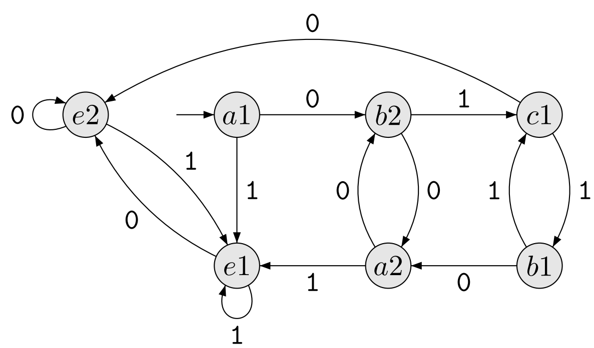


Observe que o diagrama de M_1 é o simplificado. Obtenha o diagrama de estados do produto de M_1 e M_2. Explicite quais seriam os estados finais para um AFD que reconheça:

(a) $L(M_1) \cup L(M_2)$.

(b) $L(M_1) \cap L(M_2)$.

Solução: Seja e o estado de erro de M_1. O diagrama de estados para o produto seria:



(a) $\{a1, b1, b2, c1, e1\}$.

(b) $\{b1\}$.

5. A diferença simétrica de duas linguagens A e B é $C = (A \cup B) - (A \cap B)$.

(a) Explique como obter um AFD M_3, a partir de AFDs M_1 e M_2, que reconheça a diferença simétrica de $L(M_1)$ e $L(M_2)$.

(b) É possível saber se $L(M_1) = L(M_2)$, analisando-se o AFD M_3. Como?

Solução:

(a) Sejam E_i e F_i o conjunto de estados e o conjunto de estados finais do AFD M_i. Basta obter o produto de M_1 e M_2 e fazer $F_3 = (F_1 \times E_2 \cup E_1 \times F_2) - F_1 \times F_2$.

(b) $L(M_1) = L(M_2)$ se, e somente se, nenhum estado de F_3 (se $F_3 \neq \emptyset$)é alcançável a partir do estado inicial de M_3, já que $L(M_1) = L(M_2)$ se, e somente se, $L(M_3) = \emptyset$.