

Atenção: Para a construção dos AFDs (questões 7, 8 e 9), já pensando nos assuntos futuros, recomendo o uso do software JFLAP sugerido na página da disciplina. Lá tem um *link* para um relatório bem simples que ensina a usar o JFLAP.

1. Sejam $\Sigma = \{0\}$.¹
 - (a) Prove que Σ^* é enumerável.
 - (b) Prove que o conjunto $\mathcal{P}(\Sigma^*)$ não é enumerável. $\mathcal{P}(X)$ é o *conjunto potência* de X .
2. Faça definições recursivas das seguintes linguagens:²
 - a) $\{w \in \{0, 1\}^* \mid |w| \text{ é par}\}$;
 - b) $\{w \in \{0, 1\}^* \mid w \text{ é palíndromo}\}$;
 - c) $\{w \in \{0, 1\}^* \mid w \text{ contém } 00\}$;
 - d) $\{w \in \{0, 1\}^* \mid w \text{ não contém } 00\}$.
3. Perguntinhas:
 - (a) $\emptyset = \{\lambda\}$? Por que?
 - (b) Seja $L = \{\lambda, a, b\}$. Quantas palavras tem L^n para cada $n \geq 0$? Que palavras são essas?
 - (c) Sejam $\Sigma = \{a, b\}$, $A = \{a\}\Sigma^*$ e $B = \Sigma^+\{b\}$. Descreva AA , $A \cap B$ e $A - B$.
 - (d) Encontre linguagens A , B e C para as quais $A(B - C) \neq AB - AC$.
4. Descreva as linguagens a seguir, todas sobre o alfabeto $\{0, 1\}$, usando apenas conjuntos finitos, operações sobre conjuntos, concatenação e fecho de Kleene. Procure obter uma descrição bem concisa.
 - (a) O conjunto das palavras da forma $0^m 1^n$, em que m é ímpar e n é par.
 - (b) O conjunto das palavras com número par de 0's ou de 1's (ou ambos).
 - (c) O conjunto das palavras com um a duzentos símbolos.
 - (d) O conjunto das palavras que contêm 00 ou 11 ou ambas.
 - (e) O conjunto das palavras que contêm 00 ou 11, mas não ambas.
 - (f) O conjunto das palavras que contêm 00, mas não 11.
 - (g) O conjunto das palavras que não contêm 00, nem 11.
 - (h) O conjunto das palavras em que todo 0 é seguido de pelo menos dois 1s consecutivos.
 - (i) O conjunto das palavras com número para de 0s, exceto as que possuem a subpalavra 111.
5. Identifique as linguagens que são geradas pelas gramáticas a seguir:
 - (a) $G_1 = (\{P\}, \{0, 1\}, R_1, P)$.

¹Veja a Seção 1.6, pág. 23, do livro-texto.

²Veja a Seção 1.7, pág. 28, do livro-texto.

- $R_1: P \rightarrow 0P \mid P1 \mid 01$
- (b) $G_2 = (\{P, A, B\}, \{a, b\}, R_2, P)$.
- $R_2: P \rightarrow aPb \mid aA \mid Bb$
 $A \rightarrow aA \mid \lambda$
 $B \rightarrow bB \mid \lambda$
- (c) $G_3 = (\{P, A, F\}, \{a, b\}, R_3, P)$.
- $R_5: P \rightarrow aAP \mid F$
 $Aa \rightarrow aA$
 $Ab \rightarrow bA$
 $AF \rightarrow bFa$
 $F \rightarrow \lambda$
6. Obtenha gramáticas para as seguintes linguagens:
- (a) $\{0\}\{11\}^*\{1\}$.
(b) $\{01\}^*\{10\}^*$.
(c) $\{w \in \{a, b, c\}^* \mid \text{o número de a's em } w \text{ é par}\}$.
(d) $\{a^m b^{m+n} c^n \mid m, n \geq 0\}$.
7. Construa autômatos finitos determinísticos (AFDs) que reconheçam as linguagens da questão 4. Apresente apenas os diagramas de estados.
8. Construa AFDs que reconheçam as linguagens a seguir. Apresente apenas os diagramas de estados.
- (a) $\{w \in \{0, 1\}^* \mid \text{o penúltimo símbolo de } w \text{ é } 1\}$.
(b) $\{w \in \{0, 1\}^* \mid w \text{ não contém três símbolos idênticos consecutivos}\}$.
(c) $\{w \in \{0, 1\}^* \mid \text{os três últimos símbolos de } w \text{ não são } 000\}$.
(d) $\{w \in \{0, 1\}^* \mid \text{em } w \text{ o símbolo da posição } 2i \text{ é diferente daquele na posição } 2i + 2 \text{ para cada } i \geq 1\}$.
9. Faça AFD's que reconheçam: $X = \{w \in \{0, 1\}^* \mid |w| \text{ é par}\}$. e $Y = \{w \in \{0, 1\}^* \mid w \text{ não contém } 00\}$. Bastam apenas os diagramas de estados. Em seguida, obtenha o produto dos dois AFD's e explicita que estados finais ele deve ter para reconhecer:
- (a) $X \cap Y$.
(b) $X \cup Y$.
(c) $X - Y$.
10. Explique:
- (a) Se para um estado e e uma palavra x , $\hat{\delta}(e, x) = e$, então $\hat{\delta}(e, x^n) = e$ para todo $n \geq 0$.
(b) Se um AFD M reconhece uma palavra de tamanho igual ao número de estados de M , então $L(M)$ é infinita.
(c) Suponha que existam AFD's para as linguagens A , B e C . É possível construir um AFD que reconheça $(A \cap B) - C$. (Lembre-se que $X - Y = X \cap \bar{Y}$.)