

Atenção: Para a construção dos AFDs (questões 7, 8 e 9), já pensando nos assuntos futuros, recomendo o uso do software JFLAP sugerido na página da disciplina. Lá tem um *link* para um relatório bem simples que ensina a usar o JFLAP.

1. Sejam $\Sigma = \{0\}$.¹
 - (a) Prove que Σ^* é enumerável.
 - (b) Prove que o conjunto $\mathcal{P}(\Sigma^*)$ não é enumerável. $\mathcal{P}(X)$ é o *conjunto potência* de X .
2. Faça definições recursivas das seguintes linguagens:²
 - a) $\{w \in \{0, 1\}^* \mid |w| \text{ é par}\}$;
 - b) $\{w \in \{0, 1\}^* \mid w \text{ é palíndromo}\}$;
 - c) $\{w \in \{0, 1\}^* \mid w \text{ contém } 00\}$;
 - d) $\{w \in \{0, 1\}^* \mid w \text{ não contém } 00\}$.
3. Perguntinhas:
 - (a) $\emptyset = \{\lambda\}$? Por que?
 - (b) Seja $L = \{\lambda, a, b\}$. Quantas palavras tem L^n para cada $n \geq 0$? Que palavras são essas?
 - (c) Sejam $\Sigma = \{a, b\}$, $A = \{a\}\Sigma^*$ e $B = \Sigma^+\{b\}$. Descreva AA , $A \cap B$ e $A - B$.
 - (d) Encontre linguagens A , B e C para as quais $A(B - C) \neq AB - AC$.
4. Descreva as linguagens a seguir, todas sobre o alfabeto $\{0, 1\}$, usando apenas conjuntos finitos, operações sobre conjuntos, concatenação e fecho de Kleene. Procure obter uma descrição bem concisa.
 - (a) O conjunto das palavras da forma $0^m 1^n$, em que m é ímpar e n é par.
 - (b) O conjunto das palavras com número par de 0's ou de 1's (ou ambos).
 - (c) O conjunto das palavras com um a duzentos símbolos.
 - (d) O conjunto das palavras que contêm 00 ou 11 ou ambas.
 - (e) O conjunto das palavras que contêm 00 ou 11, mas não ambas.
 - (f) O conjunto das palavras que contêm 00, mas não 11.
 - (g) O conjunto das palavras que não contêm 00, nem 11.
 - (h) O conjunto das palavras em que todo 0 é seguido de pelo menos dois 1s consecutivos.
 - (i) O conjunto das palavras com número par de 0s, exceto as que possuem a subpalavra 111.
5. Identifique as linguagens que são geradas pelas gramáticas a seguir:
 - (a) $G_1 = (\{P\}, \{0, 1\}, R_1, P)$.

¹Veja a Seção 1.6, pág. 23, do livro-texto.

²Veja a Seção 1.7, pág. 28, do livro-texto.

- $R_1: P \rightarrow 0P \mid P1 \mid 01$
- (b) $G_2 = (\{P, A, B\}, \{\mathbf{a}, \mathbf{b}\}, R_2, P).$

- $R_2: P \rightarrow \mathbf{a}P\mathbf{b} \mid \mathbf{a}A \mid B\mathbf{b}$
- $A \rightarrow \mathbf{a}A \mid \lambda$
- $B \rightarrow \mathbf{b}B \mid \lambda$
- (c) $G_3 = (\{P, A, F\}, \{\mathbf{a}, \mathbf{b}\}, R_3, P).$

- $R_5: P \rightarrow \mathbf{a}AP \mid F$
- $A\mathbf{a} \rightarrow \mathbf{a}A$
- $A\mathbf{b} \rightarrow \mathbf{b}A$
- $AF \rightarrow \mathbf{b}Fa$
- $F \rightarrow \lambda$

6. Obtenha gramáticas para as seguintes linguagens:

- (a) $\{0\}\{11\}^*\{1\}.$
- (b) $\{01\}^*\{10\}^*.$
- (c) $\{w \in \{\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}\}^* \mid \text{o número de a's em } w \text{ é par}\}.$
- (d) $\{\mathbf{a}^m\mathbf{b}^{m+n}\mathbf{c}^n \mid m, n \geq 0\}.$
7. Construa autômatos finitos determinísticos (AFDs) que reconheçam as linguagens da questão 4. Apresente apenas os diagramas de estados.
8. Construa AFDs que reconheçam as linguagens a seguir. Apresente apenas os diagramas de estados.
- (a) $\{w \in \{0, 1\}^* \mid \text{o penúltimo símbolo de } w \text{ é } 1\}.$
- (b) $\{w \in \{0, 1\}^* \mid w \text{ não contém três símbolos idênticos consecutivos}\}.$
- (c) $\{w \in \{0, 1\}^* \mid \text{os três últimos símbolos de } w \text{ não são } 000\}.$
- (d) $\{w \in \{0, 1\}^* \mid \text{em } w \text{ o símbolo da posição } 2i \text{ é diferente daquele na posição } 2i + 2 \text{ para cada } i \geq 1\}.$
9. Faça AFD's que reconheçam: $X = \{w \in \{0, 1\}^* \mid |w| \text{ é par}\}.$ e $Y = \{w \in \{0, 1\}^* \mid w \text{ não contém } 00\}.$ Bastam apenas os diagramas de estados. Em seguida, obtenha o produto dos dois AFD's e explice que estados finais ele deve ter para reconhecer:
- (a) $X \cap Y.$
- (b) $X \cup Y.$
- (c) $X - Y.$
10. Explique:
- (a) Se para um estado e e uma palavra x , $\hat{\delta}(e, x) = e$, então $\hat{\delta}(e, x^n) = e$ para todo $n \geq 0$.
- (b) Se um AFD M reconhece uma palavra de tamanho igual ao número de estados de M , então $L(M)$ é infinita.
- (c) Suponha que existam AFD's para as linguagens A , B e C . É possível construir um AFD que reconheça $(A \cap B) - C$. (Lembre-se que $X - Y = X \cap \overline{Y}.$)