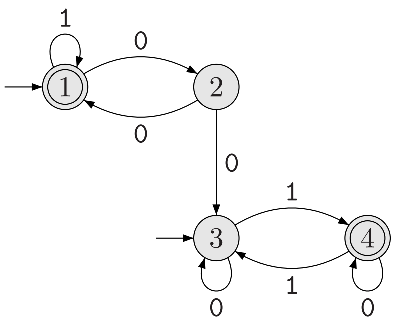
Fundamentos da Teoria da Computação — 2º semestre de 2008
Professor: Newton José Vieira — DCC/ICEx/UFMG
Segunda Lista de Exercícios — Entrega: 07/10/2008

1. Construa AFNs para as seguintes linguagens, com o *menor número de estados e de transições* que conseguir:
   (a) $\{w \in \{\mathtt{a}, \mathtt{b}, \mathtt{c}\}^* \mid w$ tem pelo menos uma ocorrência de $\mathtt{aba}$ ou de $\mathtt{bcb}$ ou de $\mathtt{cac}\}$.
   (b) O conjunto das palavras de $\{\mathtt{a}, \mathtt{b}, \mathtt{c}\}^*$, de três ou mais símbolos, em que o último símbolo seja diferente do primeiro.
   (c) O conjunto das palavras de $\{\mathtt{a}, \mathtt{b}, \mathtt{c}\}^*$ em que o último símbolo tenha ocorrido antes no mínimo uma vez.
   (d) O conjunto das palavras de $\{\mathtt{a}, \mathtt{b}, \mathtt{c}\}^*$ em que o último símbolo tenha ocorrido antes no máximo duas vezes.

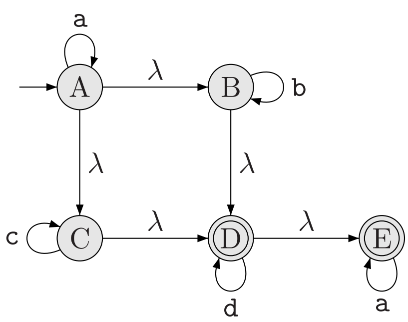
2. Seja o AFN com o diagrama de estados a seguir:



   Construa um AFD equivalente usando o método visto em aula (*subset construction*). Em seguida, minimize o AFD construído.

3. Obtenha um AFN K com um único estado inicial, equivalente ao AFN da questão anterior, *que contenha todos os estados e transições lá contidos*. Em seguida, obtenha uma gramática regular para $L(K)$ usando o método visto em aula.

4. Seja o AFNλ M:



   (a) Construa um AFN N, equivalente a M, usando o método visto em aula.
   (b) A partir do AFN N, construa uma expressão regular que denote a linguagem reconhecida.

5. Prove que os seguintes conjuntos não são linguagens regulares, usando o lema do bombeamento:

(a) $\{x\mathtt{1}^n \mid n \geq 0, x \in \{\mathtt{0},\mathtt{1}\}^* \text{ e } |x| = n\}$.

(b) $\{\mathtt{1}\mathtt{0}^n\mathtt{1}^n \mid n \geq 1\}$.

6. Prove que os seguintes conjuntos não são linguagens regulares, usando propriedades de fecho:

   (a) $\{\mathtt{0}^m\mathtt{1}^n \mid m \neq n\}$.

   (b) $\{w \in \{\mathtt{0},\mathtt{1}\}^* \mid$ o número de 0s em w é par e o de 1s é primo$\}$.

7. Sejam as linguagens $L_1 = \{\mathtt{0},\mathtt{1}\}^*\{\mathtt{1}\}\{\mathtt{0},\mathtt{1}\}$ e $L_2 = \{w \in \{\mathtt{0},\mathtt{1}\}^* \mid \eta(w) \bmod 3 = 0\}$, sendo $\eta(w)$ o número representado por w na base dois.

   (a) Prove que $L_1 - L_2$ é regular usando propriedades de fecho.

   (b) Construa um autômato finito para $L_1 - L_2$.

8. Seja L uma linguagem regular sobre um alfabeto Σ_1. Prove que o conjunto das palavras sobre Σ_2 (que pode ser igual ou não a Σ_1) que têm como sufixo alguma palavra de L é regular.

9. Encontre expressões regulares para as seguintes linguagens:

   (a) $\{w \in \{\mathtt{a},\mathtt{b}\}^* \mid |w| \in \{0,1,3\}\}$.

   (b) $\{w \in \{\mathtt{a},\mathtt{b}\}^* \mid w$ contém um, dois ou três bs$\}$.

   (c) $\{w \in \{\mathtt{a},\mathtt{b},\mathtt{c}\}^* \mid$ o número de as mais o de bs em w é par$\}$.

   (d) $\{w \in \{\mathtt{0},\mathtt{1}\}^* \mid w$ contém o símbolo 1 e $\eta(w) \bmod 3 = 0\}$.

10. Obtenha expressões regulares que denotem as linguagens sobre $\{\mathtt{0},\mathtt{1}\}$ a seguir, a partir de AFs que reconheçam as mesmas, usando o método visto em aula. Não simplifique as ERs.

    (a) O conjunto das palavras que começam com 1, terminam com 1 e têm algum 0.

    (b) O conjunto das palavras que não contém a subpalavra 0101.

11. Mostre que os seguintes problemas são decidíveis, se G_1 e G_2 são gramáticas regulares quaisquer:

    (a) $L(G_1) = \emptyset$?

    (b) $L(G_1) \subseteq L(G_2)$?