Fundamentos da Teoria da Computação — 2º semestre de 2010
Professor: Newton José Vieira — DCC/ICEx/UFMG
Primeira Prova/Solução do professor — 31/8/2010

1. Sejam $\Sigma = \{0, 1\}$, $X = \Sigma^*\{0\}\Sigma^*$ e $Y = \Sigma^*\{1\}$. Descreva, de forma concisa, uma condição necessária e suficiente para que uma palavra pertença a:

   (a) XY.
   (b) $X \cap Y$.
   (c) $Y - X$.
   (d) Y^+.

   Solução:

   (a) Contém 0 e seu último símbolo é 1.
   (b) Idem.
   (c) Tem no mínimo um símbolo e contém apenas 1s.
   (d) Seu último símbolo é 1.

2. Seja $Z = \{0\}^*\{1\}^*$ e $W = \{0^n 1^n \mid n \geq 1\}$. Obtenha gramáticas para as seguintes linguagens:

   (a) Z.
   (b) W.
   (c) ZW.
   (d) $\{wxw^R \mid w \in \{0, 1\}^* \text{ e } x \in Z\}$.

   Solução:

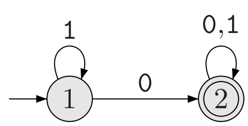
   (a) $A \rightarrow 0A \mid A1 \mid \lambda$
   (b) $B \rightarrow 0B1 \mid 01$
   (c) $X \rightarrow AB$
   $A \rightarrow 0A \mid A1 \mid \lambda$
   $B \rightarrow 0B1 \mid \lambda$
   (d) $P \rightarrow 0P0 \mid 1P1 \mid A$
   $A \rightarrow 0A \mid A1 \mid \lambda$

3. Sejam $\Sigma = \{0, 1\}$, $X = \Sigma^*\{0\}\Sigma^*$ e $Y = \Sigma^*\{1\}$.

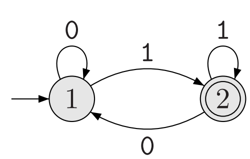
   (a) Desenhe os diagramas de estados de dois AFDs M_X e M_Y tais que $L(M_X) = X$ e $L(M_Y) = Y$.
   (b) Obtenha o diagrama de estados para o produto de M_X e M_Y.
   (c) Diga quais são os estados finais para o AFD que reconhece $X \cap Y$.
   (d) Diga quais são os estados finais para o AFD que reconhece $Y - X$.

   Solução:

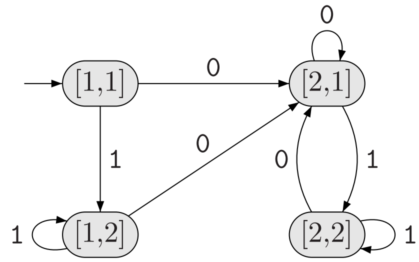
   (a) M_X:



M_Y:



(b)



(c) Estados finais para o AFD que reconhece $X \cap Y$: [2,2].

(d) Estados finais para o AFD que reconhece $Y - X$: [1,2].

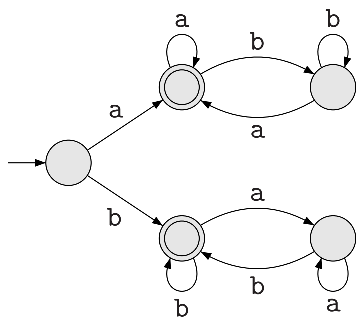
4. Seja $L = \{w \in \{\mathtt{a}, \mathtt{b}\}^* \mid \text{ se } |w| > 0, \text{ o primeiro e o último símbolos de } w \text{ são idênticos}\}$.

   (a) Apresente o diagrama de estados de um AFD que reconheça L.

   (b) Expresse L usando apenas subconjuntos finitos de $\{\mathtt{a}, \mathtt{b}\}^*$ e operações dentre: união, interseção, concatenação e fecho de Kleene.

Solução:

(a)



(b) $\{\mathtt{a}, \mathtt{b}\} \cup \{\mathtt{a}\}\{\mathtt{a}, \mathtt{b}\}^*\{\mathtt{a}\} \cup \{\mathtt{b}\}\{\mathtt{a}, \mathtt{b}\}^*\{\mathtt{b}\}$