

Lista de Exercícios Preparatória para a Segunda Prova

1. Prove que os seguintes conjuntos não são linguagens regulares, usando o lema do bombeamento:
 - (a) $\{x1^n \mid n \geq 0, x \in \{0, 1\}^* \text{ e } |x| = n\}$.
 - (b) $\{1^n x \mid n \geq 0, x \in \{0, 1\}^* \text{ e } |x| = n\}$.
2. Prove que os seguintes conjuntos não são linguagens regulares, usando propriedades de fecho:
 - (a) $\{0^m 1^n \mid m \neq n\}$.
 - (b) $\{w \in \{0, 1\}^* \mid \text{o número de 0s em } w \text{ é par e o de 1s é primo}\}$.
3. Sejam as linguagens $L_1 = \{0, 1\}^* \{1\} \{0, 1\}$ e $L_2 = \{w \in \{0, 1\}^* \mid \eta(w) \bmod 3 = 0\}$, sendo $\eta(w)$ o número representado por w na base dois.
 - (a) Prove que $L_1 - L_2$ é regular usando propriedades de fecho.
 - (b) Construa um autômato finito que aceite $L_1 - L_2$.
4. Encontre expressões regulares para as seguintes linguagens:
 - (a) $\{w \in \{a, b\}^* \mid |w| \leq 3\}$.
 - (b) $\{w \in \{a, b\}^* \mid w \text{ contém um, dois ou três bs}\}$.
 - (c) $\{w \in \{a, b, c\}^* \mid \text{o número de as mais o de bs em } w \text{ é par}\}$.
 - (d) $\{w \in \{0, 1\}^* \mid w \text{ contém o símbolo 1 e } \eta(w) \bmod 3 = 0\}$.
5. Obtenha expressões regulares que denotem as linguagens sobre $\{0, 1\}$ a seguir, a partir de AFs que reconheçam as mesmas, usando o método visto em aula. Não simplifique as ERs.
 - (a) O conjunto das palavras que começam com 1, terminam com 1 e têm algum 0.
 - (b) O conjunto das palavras que não contém a subpalavra 0101.
6. Para cada linguagem a seguir, construa um APD com reconhecimento padrão (estado final e pilha vazia):
 - (a) $\{a^{2n} b^{3n} \mid n \geq 0\}$.
 - (b) $\{w \in \{a, b\}^* \mid w \text{ tem um b a mais do que as}\}$.
7. Construa GLC's para as linguagens:
 - (a) $\{0^{2n} 1^{3n} \mid n \geq 0\}$.
 - (b) $(\{0^n 1^n \mid n \geq 0\})^2 \{w \in \{0, 1\}^* \mid w = w^R\} \cup \{ww^R \mid w \in \{0, 1\}^*\}$.
 - (c) $\{a^n b^k c^{n+k} \mid n, k \geq 0\}$.
 - (d) $\{a^m b^n c^k \mid k \geq m + n\}$.
8. Sejam três GLCs G_1 , G_2 e G_3 . Mostre como construir GLCs para:
 - (a) $(L(G_1) \cup L(G_2))L(G_3)$.

$$(b) L(G_1)^*[L(G_2)L(G_2) \cup (L(G_3)L(G_3))^+]$$

9. Sejam as gramáticas:

- $G_1: X \rightarrow \mathbf{a}X \mid X\mathbf{b} \mid \lambda$
- $G_2: P \rightarrow P,P \mid P;P \mid Z$
 $Z \rightarrow \mathbf{a}Z \mid \mathbf{b}Z \mid \lambda$

- (a) Que linguagens são geradas por G_1 e por G_2 ?
- (b) Mostre que ambas as gramáticas são ambíguas.
- (c) Construa uma gramática não ambígua equivalente a cada uma delas.

10. Seja a gramática:

$$\begin{aligned} P &\rightarrow PAA \mid B \mid Ab \mid CD \\ A &\rightarrow \mathbf{a}A \mid B \mid BC \\ B &\rightarrow \lambda \\ C &\rightarrow BC \\ D &\rightarrow \mathbf{b}D \mid \mathbf{bb} \end{aligned}$$

Seguindo todos os passos dos métodos vistos em aula e explicitando cada um deles:

- (a) Se existirem símbolos inúteis, elimine-os.
- (b) Elimine regras λ .
- (c) Elimine regras unitárias.
- (d) Obtenha uma GLC equivalente na forma normal de Chomsky.