*Fundamentos da Teoria da Computação* — 1º semestre de 2014
Professor: Newton José Vieira — DCC/ICEx/UFMG
**Segunda Prova** – Turma N/Solução do professor — 15/4/2014

1. Prove que $\{x\mathtt{c}^n \mid n \geq 0, x \in \{\mathtt{a}, \mathtt{b}, \mathtt{c}\}^* \text{ e } |x| = n\}$ não é uma linguagem regular.

   *Solução:*

   Seja $L$ a linguagem em questão e suponha que ela seja regular. Neste caso, como as linguagens regulares são fechadas sob interseção, $L \cap L(a^*c^*)$ tem que ser regular. Mas $L \cap L(a^*c^*) = \{\mathtt{a}^k\mathtt{c}^n \mid k \leq n \text{ e } k+n \text{ é par}\}$, uma linguagem não regular. Contradição! Logo, $L$ não é regular.

2. Encontre expressões regulares para as seguintes linguagens:

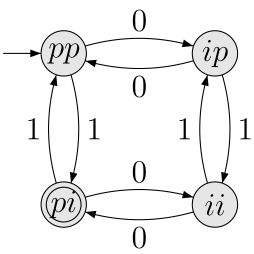
   (a) $\{w \in \{\mathtt{a}, \mathtt{b}\}^* \mid |w| \leq 4\}$.

   (b) $\{w \in \{\mathtt{0}, \mathtt{1}\}^* \mid w$ contém número par de $\mathtt{0}$s e ímpar de $\mathtt{1}$s$\}$.

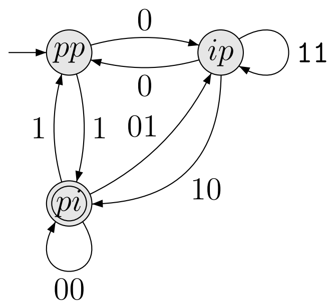
   *Solução:*

   (a) $(a+b+\lambda)(a+b+\lambda)(a+b+\lambda)(a+b+\lambda)$.

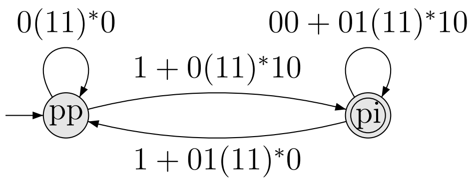
   (b) Um AFD para a linguagem:


   Eliminando $ii$:


   Eliminando $ip$:


   Expressão regular:
   $(0(11)^*0)^*(1{+}0(11)^*10)[00{+}01(11)^*10{+}(1{+}01(11)^*0)(0(11)^*0)^*(1{+}0(11)^*10)]^*$.

3. Construa gramáticas livres do contexto para as linguagens:

   (a) $\{\mathtt{a}^m\mathtt{b}^n \mid m < n\}$.

   (b) $\{\mathtt{a}^m\mathtt{b}^n\mathtt{c}^k \mid k \geq m+n\}$.

   *Solução:*

   (a) $P \rightarrow \mathtt{a}P\mathtt{b} \mid B$
   $B \rightarrow \mathtt{b}B \mid \mathtt{b}$

(b) $P \to \mathtt{a}P\mathtt{c} \mid Q$
$Q \to \mathtt{b}Q\mathtt{c} \mid C$
$C \to \mathtt{c}C \mid \lambda$

4. Seja a gramática $G$:

$$X \to XX \mid \mathtt{a}$$

(a) Mostre que $G$ é ambígua.

(b) Construa uma gramática não ambígua equivalente $G$.

*Solução:*

(a) Duas derivações mais à esquerda para $\mathtt{aaa}$:

$X \Rightarrow XX \Rightarrow \mathtt{a}X \Rightarrow \mathtt{a}XX \Rightarrow \mathtt{aa}X \Rightarrow \mathtt{aaa}$
$X \Rightarrow XX \Rightarrow XXX \Rightarrow \mathtt{a}XX \Rightarrow \mathtt{aa}X \Rightarrow \mathtt{aaa}$

(b) Uma gramática não ambígua equivalente $G$:

$X \to \mathtt{a}X \mid \mathtt{a}$

5. Seja a gramática $H$:

$P \to A$
$A \to B, A \mid \lambda$
$B \to (P) \mid \mathtt{a}$

Obtenha uma GLC equivalente a $H$ na forma normal de Chomsky. Siga os passos: (a) determine variáveis anuláveis; (b) elimine regras $\lambda$; (c) obtenha conjuntos *enc*; (d) elimine regras unitárias; (e) obtenha FNC.

*Solução:*

(a) Variáveis anuláveis: $\{A, P\}$.

(b) Sem regras $\lambda$:

$P \to A \mid \lambda$
$A \to B, A \mid B,$
$B \to (P) \mid () \mid \mathtt{a}$

(c) $enc(P) = \{P, A\}$, $enc(A) = \{A\}$, $enc(B) = \{B\}$.

(d) Sem regras unitárias:

$P \to B, A \mid B, \mid \lambda$
$A \to B, A \mid B,$
$B \to (P) \mid () \mid \mathtt{a}$

(e) FNC/passo 1:

$P \to BVA \mid BV \mid \lambda$
$A \to BVA \mid BV$
$B \to XPY \mid XY \mid \mathtt{a}$
$V \to ,$
$X \to ($
$Y \to )$

FNC/passo 2:

$$
\begin{aligned}
P &\to BZ \mid BV \mid \lambda \\
A &\to BZ \mid BV \\
B &\to XW \mid XY \mid \mathtt{a} \\
Z &\to VA \\
W &\to PY \\
V &\to , \\
X &\to ( \\
Y &\to )
\end{aligned}
$$