Fundamentos da Teoria da Computação — 1º semestre de 2014
Professor: Newton José Vieira — DCC/ICEx/UFMG
Segunda Prova – Turma W/Solução do professor — 15/4/2014

1. Prove que $\{\mathtt{a}^m\mathtt{b}^n \mid m$ é um número par e n é um número primo$\}$ não é uma linguagem regular.

   Solução:

   Seja L a linguagem em questão e suponha que ela seja regular. Neste caso, como as linguagens regulares são fechadas sob interseção, $L \cap \{b\}^*$ tem que ser regular. Mas $L \cap \{b\}^* = \{\mathtt{b}^n \mid n$ é um número primo$\}$, uma linguagem não regular. Contradição! Logo, L não é regular.

2. Encontre expressões regulares para as seguintes linguagens:

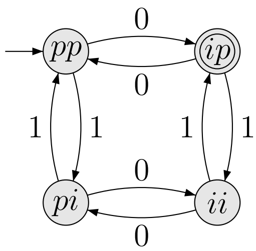
   (a) $\{w \in \{\mathtt{0}, \mathtt{1}\}^* \mid w$ contém um, dois ou três $\mathtt{0}$s$\}$.

   (b) $\{w \in \{\mathtt{0}, \mathtt{1}\}^* \mid w$ contém número ímpar de $\mathtt{0}$s e par de $\mathtt{1}$s$\}$.

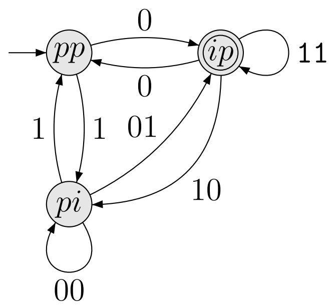
   Solução:

   (a) $1^*01^*(\lambda + 01^*(\lambda + 01^*))$.

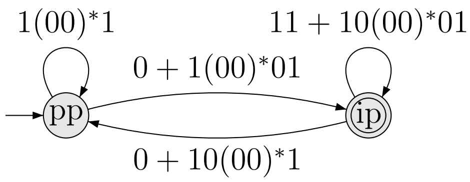
   (b) Um AFD para a linguagem:



Eliminando ii:



Eliminando pi:



Expressão regular:
$(1(00)^*1)^*(0{+}1(00)^*01)[11{+}10(00)^*01{+}(0{+}10(00)^*1)(1(00)^*1)^*(0{+}1(00)^*01)]^*$.

3. Construa gramáticas livres do contexto para as linguagens:

   (a) $\{\mathtt{a}^m\mathtt{b}^n \mid n > 2m\}$.

   (b) $\{\mathtt{a}^m\mathtt{b}^k\mathtt{c}^n \mid k > m + n\}$.

   Solução:

   (a) $P \rightarrow \mathtt{a}P\mathtt{bb} \mid B$
   $B \rightarrow \mathtt{b}B \mid \mathtt{b}$

(b) $$\begin{aligned} P &\to ABC \\ A &\to \mathtt{a}A\mathtt{b} \mid \lambda \\ B &\to \mathtt{b}B \mid \mathtt{b} \\ C &\to \mathtt{b}C\mathtt{c} \mid \lambda \end{aligned}$$

4. Seja a gramática G:

$$X \to X\mathtt{a}X \mid \lambda$$

   (a) Mostre que G é ambígua.

   (b) Construa uma gramática não ambígua equivalente G.

Solução:

(a) Duas derivações mais à esquerda para $\mathtt{aa}$:

$$\begin{aligned} X &\Rightarrow X\mathtt{a}X \Rightarrow \mathtt{a}X \Rightarrow \mathtt{a}X\mathtt{a}X \Rightarrow \mathtt{aa}X \Rightarrow \mathtt{aa} \\ X &\Rightarrow X\mathtt{a}X \Rightarrow X\mathtt{a}X\mathtt{a}X \Rightarrow \mathtt{a}X\mathtt{a}X \Rightarrow \mathtt{aa}X \Rightarrow \mathtt{aa} \end{aligned}$$

(b) Uma gramática não ambígua equivalente G:

$$X \to \mathtt{a}X \mid \lambda$$

5. Seja a gramática H:

$$\begin{aligned} P &\to ABP \mid A \\ A &\to \mathtt{aa}A \mid \lambda \\ B &\to (A\mathtt{b}) \mid \mathtt{a} \end{aligned}$$

Obtenha uma GLC equivalente a H na forma normal de Chomsky. Siga os passos: (a) determine variáveis anuláveis; (b) elimine regras λ; (c) obtenha conjuntos *enc*; (d) elimine regras unitárias; (e) obtenha FNC.

Solução:

(a) Variáveis anuláveis: $\{A, P\}$.

(b) Sem regras λ:

$$\begin{aligned} P &\to ABP \mid BP \mid AB \mid B \mid A \mid \lambda \\ A &\to \mathtt{aa}A \mid \mathtt{aa} \\ B &\to (A\mathtt{b}) \mid (\mathtt{b}) \mid \mathtt{a} \end{aligned}$$

(c) $enc(P) = \{P, A, B\}$, $enc(A) = \{A\}$, $enc(B) = \{B\}$.

(d) Sem regras unitárias:

$$\begin{aligned} P &\to ABP \mid BP \mid AB \mid (A\mathtt{b}) \mid (\mathtt{b}) \mid \mathtt{a} \mid \mathtt{aa}A \mid \mathtt{aa} \mid \lambda \\ A &\to \mathtt{aa}A \mid \mathtt{aa} \\ B &\to (A\mathtt{b}) \mid (\mathtt{b}) \mid \mathtt{a} \end{aligned}$$

(e) FNC/passo 1:

$$
\begin{aligned}
P &\rightarrow ABP \,|\, BP \,|\, AB \,|\, XAGY \,|\, XGY \,|\, \mathtt{a} \,|\, FFA \,|\, FF \,|\, \lambda \\
A &\rightarrow FFA \,|\, FF \\
B &\rightarrow XAGY \,|\, XGY \,|\, \mathtt{a} \\
F &\rightarrow \mathtt{a} \\
G &\rightarrow \mathtt{b} \\
X &\rightarrow (\\
Y &\rightarrow)
\end{aligned}
$$

FNC/passo 2:

$$
\begin{aligned}
P &\rightarrow AR \,|\, BP \,|\, AB \,|\, XS \,|\, XT \,|\, \mathtt{a} \,|\, FU \,|\, FF \,|\, \lambda \\
A &\rightarrow FU \,|\, FF \\
B &\rightarrow XS \,|\, XT \,|\, \mathtt{a} \\
R &\rightarrow BP \\
S &\rightarrow AT \\
T &\rightarrow GY \\
U &\rightarrow FA \\
F &\rightarrow \mathtt{a} \\
G &\rightarrow \mathtt{b} \\
X &\rightarrow (\\
Y &\rightarrow)
\end{aligned}
$$