Fundamentos da Teoria da Computação — 1º semestre de 2014
Professor: Newton José Vieira — DCC/ICEx/UFMG
Terceira Prova – Turma N/Solução do professor — 27/5/2014

1. Prove que as seguintes afirmativas são ou não verdadeiras, considerando os casos em que (i) X é finita e (ii) X é regular.

   (a) Se L é uma LLC, então $L - X$ é uma LLC.

   (b) Se L não é uma LLC, então $L - X$ não é uma LLC.

   Solução:

   (a) Ambas são verdadeiras:
   (i) Como X é finita, é regular e, como a classe das linguagens regulares é fechada sob complementação, $\overline{X}$ é regular. Como a interseção de uma LLC com uma linguagem regular é LLC, segue-se que se L é LLC, então $L \cap \overline{X} = L - X$ é LLC.
   (ii) Como a interseção de uma LLC com uma linguagem regular é LLC, segue-se que se L é LLC, então $L \cap \overline{X} = L - X$ é LLC.

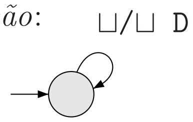
   (b) A primeira é verdadeira e a segunda falsa:
   (i) Suponha que $L - X$ seja uma LLC. Como a classe das LLCs é fechada sob união, $(L - X) \cup (L \cap X)$ deve então ser LLC, pois $L \cap X$, sendo finita, é LLC. Mas $(L - X) \cup (L \cap X) = L$. Logo, se L não é LLC, então $L - X$ não é uma LLC.
   (ii) Contraexemplo: $X = \Sigma^*$, sendo Σ o alfabeto de L. No caso, $L - X = \emptyset$. Logo, se L não é uma LLC, então $L - X$ pode ser uma LLC.

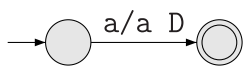
2. Crie MTs padrão, cada uma com uma única transição, que reconheçam a^+:

   (a) Por parada.

   (b) Por estado final.

   Solução:

   (a) 

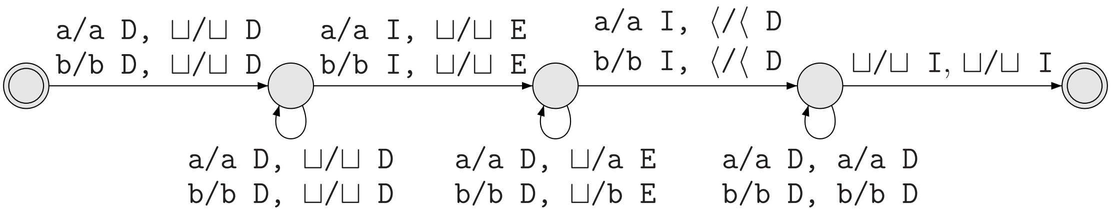
   (b) 

   Alfabeto de entrada: {a}.

3. Faça uma MT que reconheça a linguagem $\{xww^R \in \{\mathtt{a},\mathtt{b}\}^* \mid |x| = |w|\}$. Pode usar várias fitas e não determinismo.

   Solução:

   MT não determinística de duas fitas:



4. Construa uma gramática que gere $\{\mathtt{0}^n\mathtt{1}^n\mathtt{0}^n \mid n \geq 1\}$.

Solução:

$$\begin{aligned} P &\to \mathtt{0}PX\mathtt{0} \mid \mathtt{010} \\ \mathtt{0}X &\to X\mathtt{0} \\ \mathtt{1}X &\to \mathtt{11} \end{aligned}$$

5. Seja L uma linguagem *não* recursiva. Mostre que:

   (a) $L \cup F$ não é recursiva, se F é finita.

   (b) Se $\overline{L}$ é LRE, então L não é LRE.

Solução:

(a) Suponha que F seja finita. Se $L \cup F$ fosse recursiva, então $(L \cup F) - (F - L)$ seria recursiva. Mas $(L \cup F) - (F - L) = L$, e L não é recursiva! Portanto, se F é finita, então $L \cup F$ não é recursiva.

(b) Suponha que $\overline{L}$ é LRE. Neste caso, se L fosse LRE, então L seria recursiva. Como L não é recursiva, se $\overline{L}$ é LRE, então L não é LRE.

6. Mostre que são *indecidíveis* os problemas:

   (a) Dada uma MT M, determinar se $L(M)$ é uma linguagem regular.

   (b) Dados uma MT M e um símbolo a de fita de M, determinar se a computação de M para a entrada λ escreve a na fita em algum momento.

Solução:

(a) A propriedade de ser linguagem regular é *não trivial*: existem LREs regulares e não regulares. Logo, pelo teorema de Rice, o problema é indecidível.

(b) O problema da fita em branco pode ser reduzido a este produzindo-se, a partir de uma MT M, uma MT M' e um símbolo a tais que:

- a é um símbolo diferente de todos os utilizados por M; e
- M' é como M, exceto que, para todo par (e, s) tal que $\delta(e, s)$ é indefinido em M, em M' tem-se a transição $\delta'(e, s) = [e, a, D]$.

Com isto, M para se iniciada com a fita em branco sse a computação de M' para a entrada λ escreve a na fita em algum momento.