Fundamentos da Teoria da Computação — $1^{\underline{o}}$ semestre de 2014
Professor: Newton José Vieira — DCC/ICEx/UFMG
Segunda Prova – Turma W/Solução de professor — 15/4/2014

1. Prove que as seguintes afirmativas são ou não verdadeiras, considerando os casos em que (i) X é finita e (ii) X é regular.

   (a) Se L é uma LLC, então $X - L$ é uma LLC.

   (b) Se $L - X$ não é uma LLC, então L não é uma LLC.

   Solução:

   (a) A primeira é *verdadeira* e a segunda é *falsa*:
   (i) Como X é finita, $X - L$ é finita e, portanto, é uma LLC.
   (ii) Se Σ é o alfabeto de L, mesmo L sendo LLC, $\Sigma^* - L = \overline{L}$ pode não ser, visto que a classe das LLCs não é fechada sob complementação; e Σ^* é regular. Assim, se L é uma LCC, $X - L$ pode não ser LLC.

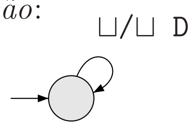
   (b) Ambas são *verdadeiras*:
   (i) Pela contrapositiva. Suponha que L seja LLC. Então, como X é regular, $\overline{X}$ é regular. Portanto, $L \cap \overline{X}$ é LLC. Como $L \cap \overline{X} = L - X$, conclui-se que se $L - X$ não é uma LLC, então L não é uma LLC.
   (ii) A mesma argumentação que em (i).

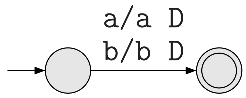
2. Crie MTs padrão com uma única transição que reconheçam $(a + b)^+$:

   (a) Por parada.

   (b) Por estado final.

   Solução:

   (a) 

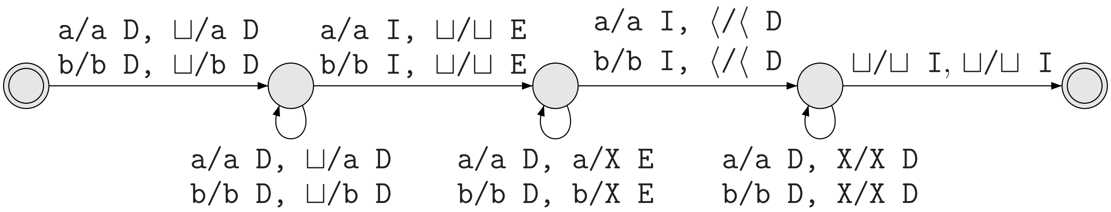
   (b) 

   (duas transições é o mínimo)

3. Faça uma MT que reconheça a linguagem $\{ww^R x \in \{\mathtt{a}, \mathtt{b}\}^* \mid |x| = |w|\}$. Pode usar várias fitas e não determinismo.

   Solução:

   MT não determinística de duas fitas:



4. Construa uma gramática que gere $\{ww^R\mathtt{c}^{|w|} \mid w \in \{\mathtt{a}, \mathtt{b}\}^*\}$.

Solução:

$$
\begin{aligned}
P &\to \mathtt{a}PA\mathtt{c} \mid \mathtt{b}PB\mathtt{c} \mid \lambda \\
\mathtt{c}A &\to A\mathtt{c} \\
\mathtt{c}B &\to B\mathtt{c} \\
\mathtt{a}A &\to \mathtt{aa} \\
\mathtt{b}A &\to \mathtt{ba} \\
\mathtt{a}B &\to \mathtt{ab} \\
\mathtt{b}B &\to \mathtt{bb}
\end{aligned}
$$

5. Seja L uma linguagem *não* recursiva. Mostre que:

   (a) $L - F$ não é recursiva, se F é finita.

   (b) Se L é LRE, então $\overline{L}$ não é LRE.

   Solução:

   (a) Suponha que F seja finita. Se $L - F$ fosse recursiva, então $(L - F) \cup (F \cap L)$ seria recursiva. Mas $(L - F) \cup (F \cap L) = L$, e L não é recursiva! Portanto, se F é finita, então $L - F$ não é recursiva.

   (b) Suponha que L é LRE. Neste caso, se $\overline{L}$ fosse LRE, então L seria recursiva. Mas L não é recursiva. Logo, se $\overline{L}$ é LRE, então L não é LRE.

6. Mostre que são *indecidíveis* os problemas:

   (a) Dada uma MT M, determinar se $|L(M)| = 2$.

   (b) Dados uma MT M e um estado e de M, determinar se a computação de M para a entrada λ atinge o estado e.

   Solução:

   (a) A propriedade de ter duas palavras é *não trivial*: existem LREs que têm duas palavras e outras que têm menos ou mais de duas. Logo, pelo teorema de Rice, o problema é indecidível.

   (b) O problema da fita em branco pode ser reduzido a este produzindo-se, a partir de uma MT M, uma MT M' e um estado k tais que:

   - k é um estado diferente de todos os utilizados por M; e
   - M' é como M, exceto que, para todo par (e, s) tal que $\delta(e, s)$ é indefinido em M, em M' tem-se a transição $\delta'(e, s) = [k, a, D]$.

   Com isto, M para se iniciada com a fita em branco sse a computação de M' para a entrada λ atinge o estado k.