Os 2^{2^2} operadores booleanos de 2 argumentos:

x_1	x_2	o_1	o_2	o_3	o_4	o_5	o_6	o_7	o_8
V	V	V	V	V	V	V	V	V	V
V	F	V	V	V	V	F	F	F	F
F	V	V	V	F	F	V	V	F	F
F	F	V	F	V	F	V	F	V	F

x_1	x_2	o_9	o_{10}	o_{11}	o_{12}	o_{13}	o_{14}	o_{15}	o_{16}
F	F	F	F	F	F	F	F	F	F
V	F	V	V	V	V	F	F	F	F
F	V	V	V	F	F	V	V	F	F
F	F	V	F	V	F	V	F	V	F

Os operadores importantes e suas negações:

op	nome	símbolo	op	nome	símbolo
o_2	disjunção	$\vee$	o_{15}	nou	$\downarrow$
o_3	implicação recíproca	$\leftarrow$	o_{14}		
o_5	implicação	$\rightarrow$	o_{12}		
o_7	equivalência	$\leftrightarrow$	o_{10}	ou exclusivo	$\oplus$
o_8	conjunção	$\wedge$	o_9	ne	$\uparrow$

Notação:

Operador	Alternativas	Linguagem C
$\neg$	$\sim$	!
$\wedge$	&	&
$\vee$		|
$\rightarrow$	$\supset, \Rightarrow$	
$\leftrightarrow$	$\equiv, \Leftrightarrow$	
$\oplus$	$\not\equiv$	^
$\uparrow$	|	

Definição de fórmula:

Uma *fórmula* é uma palavra que pode ser derivada a partir da gramática:

$$
\begin{array}{llll}
1. & \mathit{fml} & ::= & p \qquad\qquad\qquad \text{para qualquer } p \in \mathcal{P} \\
2. & \mathit{fml} & ::= & \neg\, \mathit{fml} \\
3. & \mathit{fml} & ::= & \mathit{fml} \vee \mathit{fml} \\
4. & \mathit{fml} & ::= & \mathit{fml} \wedge \mathit{fml} \\
5. & \mathit{fml} & ::= & \mathit{fml} \rightarrow \mathit{fml} \\
6. & \mathit{fml} & ::= & \mathit{fml} \leftrightarrow \mathit{fml} \\
7. & \mathit{fml} & ::= & \mathit{fml} \oplus \mathit{fml} \\
8. & \mathit{fml} & ::= & \mathit{fml} \uparrow \mathit{fml} \\
9. & \mathit{fml} & ::= & \mathit{fml} \downarrow \mathit{fml}
\end{array}
$$

Indução estrutural:

Para mostrar $prop(A)$ para toda fórmula $A \in \mathcal{F}$, é suficiente mostrar:

1. $prop(p)$ vale para todo átomo p.
2. Supondo $prop(A)$, então $prop(\neg A)$ vale.
3. Supondo $prop(A_1)$ e $prop(A_2)$, então $prop(A_1 \; op \; A_2)$ vale, para cada operador op.

Avaliação de valores de fórmulas:

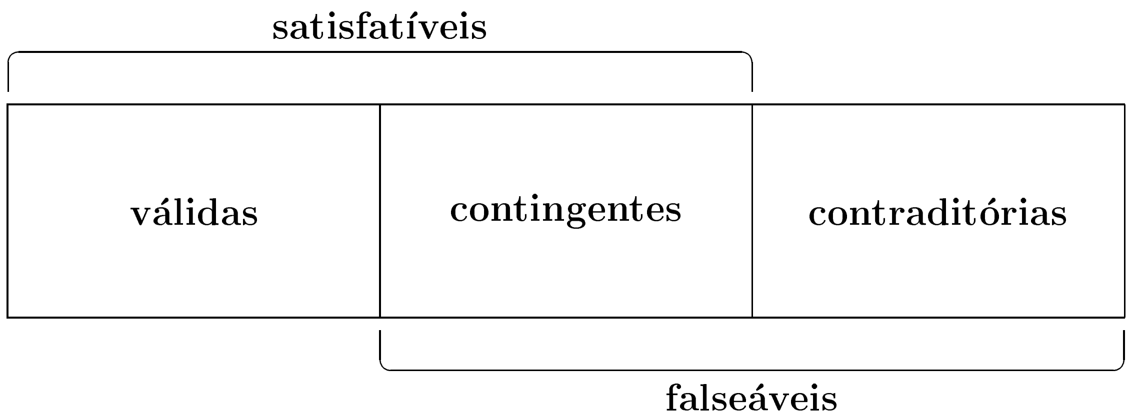
A	$\nu(A_1)$	$\nu(A_2)$	$\nu(A)$
$\neg A_1$	V		F
$\neg A_1$	F		V
$A_1 \vee A_2$	F	F	F
$A_1 \vee A_2$	caso contrário		V
$A_1 \wedge A_2$	V	V	V
$A_1 \wedge A_2$	caso contrário		F
$A_1 \rightarrow A_2$	V	F	F
$A_1 \rightarrow A_2$	caso contrário		V
$A_1 \uparrow A_2$	V	V	F
$A_1 \uparrow A_2$	caso contrário		V
$A_1 \downarrow A_2$	F	F	V
$A_1 \downarrow A_2$	caso contrário		F
$A_1 \leftrightarrow A_2$	$\nu(A_1) = \nu(A_2)$		V
$A_1 \leftrightarrow A_2$	$\nu(A_1) \neq \nu(A_2)$		F
$A_1 \oplus A_2$	$\nu(A_1) \neq \nu(A_2)$		V
$A_1 \oplus A_2$	$\nu(A_1) = \nu(A_2)$		F

Equivalências lógicas:

$A \lor \top \equiv \top$	$A \land \top \equiv A$
$A \lor \bot \equiv A$	$A \land \bot \equiv \bot$
$A \to \top \equiv \top$	$\top \to A \equiv A$
$A \to \bot \equiv \neg A$	$\bot \to A \equiv \top$
$A \leftrightarrow \top \equiv A$	$A \oplus \top \equiv \neg A$
$A \leftrightarrow \bot \equiv \neg A$	$A \oplus \bot \equiv A$
$A \equiv \neg\neg A$	
$A \equiv A \land A$	$A \equiv A \lor A$
$A \lor \neg A \equiv \top$	$A \land \neg A \equiv \bot$
$A \to A \equiv \top$	
$A \leftrightarrow A \equiv \top$	$A \oplus A \equiv \bot$
$\neg A \equiv A \uparrow A$	$\neg A \equiv A \downarrow A$
$A \lor B \equiv B \lor A$	$A \land B \equiv B \land A$
$A \leftrightarrow B \equiv B \leftrightarrow A$	$A \oplus B \equiv B \oplus A$
$A \uparrow B \equiv B \uparrow A$	$A \downarrow B \equiv B \downarrow A$
$A \to B \equiv \neg B \to A$	
$A \lor (B \lor C) \equiv (A \lor B) \lor C$	$A \land (B \land C) \equiv (A \land B) \land C$
$A \leftrightarrow (B \leftrightarrow C) \equiv (A \leftrightarrow B) \leftrightarrow C$	$A \oplus (B \oplus C) \equiv (A \oplus B) \oplus C$
$A \lor (B \land C) \equiv (A \lor B) \land (A \lor C)$	$A \land (B \lor C) \equiv (A \land B) \lor (A \land C)$
$A \land (A \lor B) \equiv A$	$A \lor (A \land B) \equiv A$
$A \leftrightarrow B \equiv (A \to B) \land (B \to A)$	$A \oplus B \equiv \neg(A \to B) \lor \neg(B \to A)$
$A \to B \equiv \neg A \lor B$	$A \to B \equiv \neg(A \land \neg B)$
$A \lor B \equiv \neg(\neg A \land \neg B)$	$A \land B \equiv \neg(\neg A \lor \neg B)$
$A \lor B \equiv \neg A \to B$	$A \land B \equiv \neg(A \to \neg B)$
$A \leftrightarrow B \equiv A \leftrightarrow (A \land B)$	$A \to B \equiv B \leftrightarrow (A \lor B)$
$A \land B \equiv (A \leftrightarrow B) \leftrightarrow (A \lor B)$	$A \leftrightarrow B \equiv (A \lor B) \to (A \land B)$

Relacionamento entre os conceitos:

- **fórmula satisfatível**
- **fórmula insatisfatível (contraditória)**
- **fórmula válida (tautologia)**
- **fórmula não válida (falseável)**



Método da tabela da verdade/exemplo:

p	q	$p \to q$	$\neg(p \to q)$	$\neg q$	$\neg(p \to q) \to \neg q$
V	V	V	F	F	V
V	F	F	V	V	V
F	V	V	F	F	V
F	F	V	F	V	V

válida!

Método da tabela da verdade/exemplo:

p	q	$p \to q$	$\neg q$	$p \wedge \neg q$	$(p \to q) \wedge p \wedge \neg q$
V	V	V	F	F	F
V	F	F	V	V	F
F	V	V	F	F	F
F	F	V	V	F	F

contradição!

Método da tabela da verdade/exemplo:

p	q	$p \to q$	$\neg q$	$(p \to q) \wedge \neg q$
V	V	V	F	F
V	F	F	V	F
F	V	V	F	F
F	F	V	V	V

contingência!

Regras para tableaux semânticos:

Regras α:

α	α_1	α_2
$\neg\neg A_1$	A_1	
$A_1 \wedge A_2$	A_1	A_2
$\neg(A_1 \vee A_2)$	$\neg A_1$	$\neg A_2$
$\neg(A_1 \rightarrow A_2)$	A_1	$\neg A_2$
$\neg(A_1 \uparrow A_2)$	A_1	A_2
$A_1 \downarrow A_2$	$\neg A_1$	$\neg A_2$
$A_1 \leftrightarrow A_2$	$A_1 \rightarrow A_2$	$A_2 \rightarrow A_1$
$\neg(A_1 \oplus A_2)$	$A_1 \rightarrow A_2$	$A_2 \rightarrow A_1$

Regras β:

β	β_1	β_2
$\neg(B_1 \wedge B_2)$	$\neg B_1$	$\neg B_2$
$B_1 \vee B_2$	B_1	B_2
$B_1 \rightarrow B_2$	$\neg B_1$	B_2
$B_1 \uparrow B_2$	$\neg B_1$	$\neg B_2$
$\neg(B_1 \downarrow B_2)$	B_1	B_2
$\neg(B_1 \leftrightarrow B_2)$	$\neg(B_1 \rightarrow B_2)$	$\neg(B_2 \rightarrow B_1)$
$B_1 \oplus B_2$	$\neg(B_1 \rightarrow B_2)$	$\neg(B_2 \rightarrow B_1)$

Construção de um tableau semântico:

Entrada: $A \in \mathcal{F}$.
Saída: tableau T com toda folha marcada.

T := um nodo não marcado rotulado com $\{A\}$.
repita
  escolha uma folha *não marcada* f de rótulo $U(f)$;
  se $U(f)$ é um conjunto de literais **então**
    se existe um par de literais complementares em $U(f)$ **então**
      marque f como *fechado* $\times$
    senão
      marque f como *aberto* $\odot$
    fimse
  senão ($U(f)$ contém um não literal)
    escolha uma fórmula A em $U(f)$ que não seja literal;
    se A é uma α-fórmula **então**
      crie um nodo f' como filho de f com rótulo:
        $U(f') = (U(f) - \{\alpha\}) \cup \{\alpha_1, \alpha_2\}$
      (no caso em que A é $\neg\neg A_1$, não há α_2)
    senão (A é uma β-fórmula)
      crie dois nodos f' e f'' como filhos de f com rótulos:
        $U(f') = (U(f) - \{\beta\}) \cup \{\beta_1\}$
        $U(f'') = (U(f) - \{\beta\}) \cup \{\beta_2\}$
    fimse
  fimse
até toda folha está marcada.