Definição de *fórmula* e *fórmula atômica*:

$$
\begin{array}{lcll}
\mathit{arg} & ::= & x & \text{para qualquer } x \in \mathcal{V} \\
\mathit{arg} & ::= & a & \text{para qualquer } a \in \mathcal{A} \\
\mathit{lista\text{-}args} & ::= & \mathit{arg} & \\
\mathit{lista\text{-}args} & ::= & \mathit{arg} \ , \ \mathit{lista\text{-}args} & \\
\mathit{fml\text{-}atom} & ::= & p & \text{para qualquer } p \in \mathcal{P} \\
\mathit{fml\text{-}atom} & ::= & p(\mathit{lista\text{-}args}) & \text{para qualquer } p \in \mathcal{P} \\
\mathit{fml} & ::= & \mathit{fml\text{-}atom} & \\
\mathit{fml} & ::= & \neg \ \mathit{fml} & \\
\mathit{fml} & ::= & \mathit{fml} \lor \mathit{fml} & \\
 & \vdots & & \\
\mathit{fml} & ::= & \mathit{fml} \leftrightarrow \mathit{fml} & \\
\mathit{fml} & ::= & \forall x \ \mathit{fml} & \text{para qualquer } x \in \mathcal{V} \\
\mathit{fml} & ::= & \exists x \ \mathit{fml} & \text{para qualquer } x \in \mathcal{V}
\end{array}
$$

Exemplos de **fórmulas**:

1. $\forall x\, \forall y\, (p(x, y) \rightarrow p(y, x))$
2. $\forall x\, \exists y\, p(x, y)$
3. $\exists x\, \exists y\, (p(x) \wedge \neg p(y))$
4. $\forall x\, p(a, x)$
5. $\forall x\, (p(x) \wedge q(x)) \leftrightarrow (\forall x\, p(x) \wedge \forall x\, q(x))$
6. $\exists x\, (p(x) \vee q(x)) \leftrightarrow (\exists x\, p(x) \vee \exists x\, q(x))$
7. $\forall x\, (p(x) \rightarrow q(x)) \rightarrow (\forall x\, p(x) \rightarrow \forall x\, q(x))$
8. $(\forall x\, p(x) \rightarrow \forall x\, q(x)) \rightarrow (\forall x\, (p(x) \rightarrow q(x))$

Exemplos de **fórmulas válidas**:

$$\forall x\, A(x) \leftrightarrow \neg \exists x\, \neg A(x)$$
$$\exists x\, A(x) \leftrightarrow \neg \forall x\, \neg A(x)$$

$$\forall x\, \forall y\, A(x,y) \leftrightarrow \forall y\, \forall x\, A(x,y)$$
$$\exists x\, \exists y\, A(x,y) \leftrightarrow \exists y\, \exists x\, A(x,y)$$
$$\exists x\, \forall y\, A(x,y) \rightarrow \forall y\, \exists x\, A(x,y)$$

$$(Qx\, A(x) \vee B) \leftrightarrow Qx\, (A(x) \vee B) \qquad Q \in \{\forall, \exists\}$$
$$(B \vee Qx\, A(x)) \leftrightarrow Qx\, (B \vee A(x)) \qquad Q \in \{\forall, \exists\}$$

$$(Qx\, A(x) \wedge B) \leftrightarrow Qx\, (A(x) \wedge B) \qquad Q \in \{\forall, \exists\}$$
$$(B \wedge Qx\, A(x)) \leftrightarrow Qx\, (B \wedge A(x)) \qquad Q \in \{\forall, \exists\}$$

$$\forall x\, (A \rightarrow B(x)) \leftrightarrow (A \rightarrow \forall x\, B(x))$$
$$\forall x\, (A(x) \rightarrow B) \leftrightarrow (\exists x\, A(x) \rightarrow B)$$

$$\exists x\, (A(x) \vee B(x)) \leftrightarrow (\exists x\, A(x) \vee \exists x\, B(x))$$
$$\forall x\, (A(x) \wedge B(x)) \leftrightarrow (\forall x\, A(x) \wedge \forall x\, B(x))$$

$$(\forall x\, A(x) \vee \forall x\, B(x)) \rightarrow \forall x\, (A(x) \vee B(x))$$
$$\exists x\, (A(x) \wedge B(x)) \rightarrow (\exists x\, A(x) \wedge \exists x\, B(x))$$

$$\forall x\, (A(x) \leftrightarrow B(x)) \rightarrow (\forall x\, A(x) \leftrightarrow \forall x\, B(x))$$
$$\forall x\, (A(x) \leftrightarrow B(x)) \rightarrow (\exists x\, A(x) \leftrightarrow \exists x\, B(x))$$

$$\exists x\, (A(x) \rightarrow B(x)) \leftrightarrow (\forall x\, A(x) \rightarrow \exists x\, B(x))$$
$$(\exists x\, A(x) \rightarrow \forall x\, B(x)) \rightarrow \forall x\, (A(x) \rightarrow B(x))$$

$$\forall x\, (A(x) \vee B(x)) \rightarrow (\forall x\, A(x) \vee \exists x\, B(x))$$

$$\forall x\, (A(x) \rightarrow B(x)) \rightarrow (\forall x\, A(x) \rightarrow \forall x\, B(x))$$
$$\forall x\, (A(x) \rightarrow B(x)) \rightarrow (\exists x\, A(x) \rightarrow \exists x\, B(x))$$
$$\forall x\, (A(x) \rightarrow B(x)) \rightarrow (\forall x\, A(x) \rightarrow \exists x\, B(x))$$

Construção de um tableau semântico:

Entrada: $A \in \mathcal{F}$.
Saída: tableau T em que cada ramo é finito com toda folha marcada como fechada ou aberta, ou é infinito.

```
T := um nodo não marcado rotulado com {A}.
repita
    escolha uma folha não marcada f de rótulo U(f);
    se U(f) é um conjunto de literais então
        se existe um par de literais complementares em U(f) então
            marque f como fechado ×
        senão
            marque f como aberto ⊙
        fimse
    senão (U(f) contém um não literal)
        escolha uma fórmula A em U(f) que não seja literal;
        se A é uma α-fórmula então
            crie um nodo f' como filho de f com rótulo:
                U(f') = (U(f) − {α}) ∪ {α1, α2}
            (no caso em que A é ¬¬A1, não há α2)
        senãose A é uma β-fórmula então
            crie dois nodos f' e f'' como filhos de f com rótulos:
                U(f') = (U(f) − {β}) ∪ {β1}
                U(f'') = (U(f) − {β}) ∪ {β2}
        senãose A é uma γ-fórmula então
            crie um nodo f' como filho de f com rótulo:
                U(f') = U(f) ∪ {γ(a)}
            onde a é uma constante que aparece em U(f);
            se U(f) só tem literais e fórmulas γ e U(f') = U(f) então
                marque f como aberto ⊙
            fimse
        senãose A é uma δ-fórmula então
            crie um nodo f' como filho de f com rótulo:
                U(f') = (U(f) − {A}) ∪ {δ(a)}
            onde a é uma constante que não aparece em U(f)
        fimse
    fimse
até toda folha está marcada.
```

Construção sistemática de um tableau semântico:

Entrada: $A \in \mathcal{F}$.
Saída: tableau T em que cada ramo é finito com toda folha marcada como fechada ou aberta, ou é infinito.

T := um nodo não marcado rotulado com $(\{A\}, \{a_1, \ldots, a_k\})$ ou $(\{A\}, \{a\})$.
repita
    escolha uma folha *não marcada* f de rótulo $W(f) = (U(f), C(f))$;
    se $U(f)$ é um conjunto de literais **então**
        se existe um par de literais complementares em $U(f)$ **então**
            marque f como *fechado* $\times$
        senão
            marque f como *aberto* $\odot$
        fimse
    senão ($U(f)$ contém um não literal)
        escolha uma fórmula A em $U(f)$ que seja α, β ou δ;
        se encontrou tal A **então**
            se A é uma α-fórmula **então**
                crie um nodo f' como filho de f com rótulo:
                    $W(f') = (U(f'), C(f')) = ((U(f) - \{\alpha\}) \cup \{\alpha_1, \alpha_2\}, C(f))$
                (no caso em que A é $\neg\neg A_1$, não há α_2)
            senãose A é uma β-fórmula **então**
                crie dois nodos f' e f'' como filhos de f com rótulos:
                    $W(f') = (U(f'), C(f')) = ((U(f) - \{\beta\}) \cup \{\beta_1\}, C(f))$
                    $W(f'') = (U(f''), C(f'')) = ((U(f) - \{\beta\}) \cup \{\beta_2\}, C(f))$
            senãose A é uma δ-fórmula **então**
                crie um nodo f' como filho de f com rótulo:
                    $W(f') = (U(f'), C(f')) = ((U(f) - \{A\}) \cup \{\delta(a)\}, C(f) \cup \{a\})$
                onde a é uma constante que *não aparece* em $U(f)$
            fimse
        senão
            sejam $\{\gamma_1, \ldots \gamma_m\} \subseteq U(f)$ todas as fórmulas γ em $U(f)$;
            seja $C(f) = \{a_1, \ldots, a_k\}$;
            crie um nodo f' como filho de f com rótulo:
                $W(f') = (U(f'), C(f')) = (U(f) \cup_{i=1}^{i=m} {}_{j=1}^{j=k} \{\gamma_i(a_j)\}, C(f))$;
            se $U(f)$ só tem literais e fórmulas γ e $U(f') = U(f)$ **então**
                marque f como *aberto* $\odot$
            fimse
        fimse
    fimse
até toda folha está marcada.