Programas: Semântica e Verificação

Sintaxe: pode ser especificada via BNF.

Semântica: usualmente vista informalmente.

Exemplo:

- Sintaxe do comando **if** de Pascal em BNF:

  $\langle \textit{if-stmt} \rangle$ `::=` `if` $\langle \textit{expr} \rangle$ `then` $\langle \textit{stmt} \rangle$ [`else` $\langle \textit{stmt} \rangle$]

- Semântica (informal): A expressão booleana é avaliada. Se verdadeira, o comando que segue `else` é executado, caso contrário, o comando que segue `else` é executado.

Problema com semântica informal:

- Não há como verificar (formalmente) a correção de um programa.

- Deve-se usar teste e depuração.

O Sistema dedutivo $\mathcal{HL}$:

Axiomas de domínio:

Toda fórmula verdadeira no domínio das variáveis do programa.

Axioma da atribuição:

$$\vdash \{p(x)\{x \leftarrow t\}\}\ \texttt{x} := \texttt{t}\ \{p(x)\}$$

Regra da composição:

$$\frac{\vdash \{p\}\ S1\ \{q\} \qquad \vdash \{q\}\ S2\ \{r\}}{\vdash \{p\}\ S1\ ;\ S2\ \{r\}}$$

Regra da alternativa:

$$\frac{\vdash \{p \wedge B\}\ S1\ \{q\} \qquad \vdash \{p \wedge \neg B\}\ S2\ \{q\}}{\vdash \{p\}\ \texttt{if}\ \mathrm{B}\ \texttt{then}\ \mathrm{S1}\ \texttt{else}\ \mathrm{S2}\ \{q\}}$$

Regra do laço:

$$\frac{\vdash \{p \wedge B\}\ S\ \{p\}}{\vdash \{p\}\ \texttt{while}\ \mathrm{B}\ \texttt{do}\ \mathrm{S}\ \{p \wedge \neg B\}}$$

Regra da consequência:

$$\frac{\vdash p_1 \rightarrow p \qquad \vdash \{p\}\ S\ \{q\} \qquad \vdash q \rightarrow q_1}{\vdash \{p_1\}\ S\ \{q_1\}}$$

Verificação de programas/Exemplos

Programa com *anotações*:

$\{true\}$

```
x := 0;
```

$\{x = 0\}$

```
y := b;
```

$\{x = 0 \wedge y = b\}$

```
while y <> 0 do
```

$\quad\{x = (b - y) \times a\}$

```
    begin
        x := x + a;
        y := y - 1
    end;
```

$\{x = a \times b\}$

Provar a correção parcial:

$\{a \geq 0\}$

```
x := 0; y := 1;
while y <= a do
    begin
        x := x + 1;
        y := y + 2*x + 1
    end
```

$\{0 \leq x^2 \leq a < (x + 1)^2\}$