

# MÉTODOS DE PROVA<sup>1</sup>

## O objetivo é propiciar ao aluno:

- conhecer os princípios envolvidos na construção de provas;
- ser capaz de entender provas;
- ser capaz de identificar se uma prova está correta ou incorreta;
- ser capaz de construir provas.

## Conteúdo:

- Lógicas Proposicional e de Predicados
- Técnicas de prova
- Relações e funções
- Indução matemática

---

<sup>1</sup>Baseado no livro “Velleman, D.J. *How To Prove It: A Structured Approach*, Cambridge University Press, 1994.

# INTRODUÇÃO

Observe a tabela:

$n$	$n$ é primo?	$2^n - 1$	$2^n - 1$ é primo?
2	sim	3	sim
3	sim	7	sim
4	não: $4 = 2 \times 2$	15	não: $15 = 3 \times 5$
5	sim	31	sim
6	não: $6 = 2 \times 3$	63	não: $63 = 7 \times 9$
7	sim	127	sim
8	não: $8 = 2 \times 4$	255	não: $255 = 15 \times 17$
9	não: $9 = 3 \times 3$	511	não: $511 = 7 \times 73$
10	não: $10 = 2 \times 5$	1023	não: $1023 = 31 \times 33$

**Conjectura 1:**

*Suponha que  $n$  é um número primo. Então  $2^n - 1$  é um número primo.*

**Conjectura 2:**

*Suponha que  $n$  é um número inteiro maior que 1, não primo. Então  $2^n - 1$  não é um número primo.*

## Conjectura 1:

*Suponha que  $n$  é um número primo. Então  $2^n - 1$  é um número primo.*

## Contra-exemplo:

$$n = 11 \implies 2^{11} - 1 = 2047 = 23 \times 89$$

$$\implies \boxed{A \text{ conjectura 1 é falsa.}}$$

---

## Conjectura 2:

*Suponha que  $n$  é um número inteiro maior que 1, não primo. Então  $2^n - 1$  não é um número primo.*

## Prova:

Sejam  $a$  e  $b$  tais que  $1 < a < n$ ,  $1 < b < n$  e  $n = a \times b$ . Sejam:

- $x = 2^a - 1$ ; e
- $y = 1 + 2^a + 2^{2a} + \dots + 2^{(b-1)a}$

É fácil verificar que  $1 < x < 2^n - 1$ ,  $1 < y < 2^n - 1$  e  $2^n - 1 = x \times y$ .

$$\implies \boxed{A \text{ conjectura 2 é um TEOREMA.}}$$