MÉTODOS DE PROVA[1]

O objetivo é propiciar ao aluno:

- conhecer os princípios envolvidos na construção de provas;
- ser capaz de entender provas;
- ser capaz de identificar se uma prova está correta ou incorreta;
- ser capaz de construir provas.

Conteúdo:

- Lógicas Proposicional e de Predicados
- Técnicas de prova
- Relações e funções
- Indução matemática

[1]Baseado no livro "Velleman, D.J. *How To Prove It: A Structured Approach*, Cambridge University Press, 1994.

INTRODUÇÃO

Observe a tabela:

n	n é primo?	$2^n - 1$	$2^n - 1$ é primo?
2	sim	3	sim
3	sim	7	sim
4	não: $4 = 2 \times 2$	15	não: $15 = 3 \times 5$
5	sim	31	sim
6	não: $6 = 2 \times 3$	63	não: $63 = 7 \times 9$
7	sim	127	sim
8	não: $8 = 2 \times 4$	255	não: $255 = 15 \times 17$
9	não: $9 = 3 \times 3$	511	não: $511 = 7 \times 73$
10	não: $10 = 2 \times 5$	1023	não: $1023 = 31 \times 33$

Conjectura 1:

Suponha que n é um número primo. Então $2^n - 1$ é um número primo.

Conjectura 2:

Suponha que n é um número inteiro maior que 1, não primo. Então $2^n - 1$ não é um número primo.

Conjectura 1:

$\boxed{\text{\textit{Suponha que n é um número primo. Então $2^n - 1$ é um número primo.}}}$

Contra-exemplo:

$$n = 11 \Longrightarrow 2^{11} - 1 = 2047 = 23 \times 89$$

$\Longrightarrow$ $\boxed{\text{\textit{A conjectura 1 é} \textbf{falsa}.}}$

Conjectura 2:

$\boxed{\text{\textit{Suponha que n é um número inteiro maior que 1, não primo. Então $2^n - 1$ não é um número primo.}}}$

Prova:

Sejam a e b tais que $1 < a < n$, $1 < b < n$ e $n = a \times b$. Sejam:

- $x = 2^a - 1$; e
- $y = 1 + 2^a + 2^{2a} + \cdots + 2^{(b-1)a}$

É fácil verificar que $1 < x < 2^n - 1$, $1 < y < 2^n - 1$ e $2^n - 1 = x \times y$.

$\Longrightarrow$ $\boxed{\text{\textit{A conjectura 2 é um} \textbf{TEOREMA}.}}$