Bacharelado em Ciência da Computação — DCC/ICEx/UFMG
Matemática Discreta — $1^{\underline{\text{o}}}$ semestre de 2000
Professor: Newton José Vieira — http://www.dcc.ufmg.br/~nvieira
Segunda Lista de Exercícios
Data de entrega: 22/03/00.

Resolva os exercícios abaixo, extraídos do livro texto.

Seção 1.3

1. Analise as formas lógicas das seguintes afirmativas:
   (a) 3 é um divisor comum de 6, 9 e 15.
   (b) x é divisível por ambos, 2 e 3, mas não por 4.
   (c) x e y são números naturais, e exatamente um deles é primo.
   (d) x e y são homens e, ou x é maior que y ou y é maior que x.

3. Simplifique as afirmativas que seguem. Quais variáveis são livres e quais são ligadas? Se a afirmativa não tem variáveis livres, diga se ela é verdadeira ou falsa.
   (a) $-3 \in \{x \in \mathbf{R} \mid 13 - 2x > 1\}$.
   (b) $5 \notin \{x \in \mathbf{R} \mid 13 - 2x > c\}$.
   (c) $w \in \{x \in \mathbf{R} \mid 13 - 2x > c\}$.
   (d) $4 \in \{x \in \{y \mid y \text{ é primo}\} \mid 13 - 2x > 1\}$. (Tal afirmativa pode ficar mais fácil de ler se fizermos $P = \{y \mid y \text{ é primo}\}$; usando tal notação, podemos reescrever a afirmativa como $4 \in \{x \in P \mid 13 - 2x > 1\}$.)

Seção 1.4

4. Verifique as identidades seguintes dizendo o que significa um objeto x pertencer a cada conjunto (usando símbolos lógicos) e usando equivalências lógicas.
   (a) $A \backslash (A \cap B) = A \backslash B$.
   (b) $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$.
   (c) $(A \cup B) \backslash C = (A \backslash C) \cup (B \backslash C)$.

5. Para cada um dos conjuntos a seguir, diga (usando símbolos lógicos) o que significa um objeto x ser elemento do conjunto. Em seguida, determine quais destes conjuntos são iguais entre si determinando que afirmativas são equivalentes.
   (a) $(A \backslash B) \backslash C$.
   (b) $A \backslash (B \backslash C)$.
   (c) $(A \backslash B) \cup (A \cap C)$.
   (d) $(A \backslash B) \cap (A \backslash C)$.

(e) $A\backslash(B \cup C)$.

8. (a) Faça diagramas de Venn para os conjuntos $(A \cup B)\backslash C$ e $A \cup (B\backslash C)$. É possível, a partir dos diagramas, concluir se um destes conjuntos é necessariamente um subconjunto do outro?
   (b) Dê um exemplo de conjuntos A, B e C para os quais $(A \cup B)\backslash C \neq A \cup (B\backslash C)$.

Seção 1.5

2. Analise a forma lógica da seguinte afirmativa:
   (a) Se está chovendo, então está ventando e não está ensolarado.

   Agora analise as seguintes afirmativas. E, para cada uma delas, determine se ela é equivalente a (a) ou à recíproca de (a).

   (b) Está ventando e não está ensolarado somente se está chovendo.
   (c) Estar chovendo é uma condição suficiente para estar ventando e sem sol.
   (d) Estar chovendo é uma condição necessária para estar ventando e sem sol.
   (e) Não está chovendo, se está ensolarado ou não está ventando.
   (f) Estar ventando é uma condição necessária para estar chovendo, assim como a falta de sol.
   (g) Ou está ventando somente se está chovendo, ou não está ensolarado somente se está chovendo.

4. (a) Mostre que $P \leftrightarrow Q$ é equivalente a $(P \wedge Q) \vee (\neg P \wedge \neg Q)$.
   (b) Mostre que $(P \to R) \wedge (Q \to R)$ é equivalente a $(P \vee Q) \to R$.

6. Quais das seguintes fórmulas são equivalentes?
   (a) $P \to (Q \to R)$.
   (b) $Q \to (P \to R)$.
   (c) $(P \to Q) \wedge (P \to R)$.
   (d) $(P \wedge Q) \to R$.
   (e) $P \to (Q \wedge R)$.