Bacharelado em Ciência da Computação — DCC/ICEx/UFMG
Matemática Discreta — 1º semestre de 2000
Professor: Newton José Vieira
Lista de Exercícios: **Combinatória Elementar**

Resolva os exercícios abaixo (em preparação para a prova), e entregue apenas os de número par ou ímpar.

1. Quantas vezes ocorre o dígito 3 quando se lista os inteiros de 1 a 1000?

2. Quantas maneiras existem de distribuir um ás, depois uma dama e, em seguida, uma carta vermelha? E se, adicionalmente, não aparece nenhum par (duas cartas de mesmo número)?

3. De quantas maneiras se pode arranjar as letras em COMPUTAR:

   (a) no total?

   (b) com todas as vogais consecutivas?

   (c) com P antes de T?

   (d) com exatamente duas letras entre P e T?

4. De quantas maneiras se pode arranjar as letras AAABCDE de forma que não fiquem dois A's consecutivos?

5. Uma moeda é lançada 30 vezes e produz 12 caras. De quantas maneiras isto pode ocorrer?

6. De quantas maneiras se pode colocar 4 homens e 4 mulheres em uma fila, de forma que não haja homens consecutivos?

7. Uma companhia faz multiconjuntos de 10 tabletes de chocolate de 3 tipos diferentes. Quantos multiconjuntos são possíveis? E se cada multiconjunto deve ter pelo menos um tablete de cada tipo?

8. Dez pessoas são selecionadas para compor um time de *softball*, a partir de um grupo de 15 homens e 8 mulheres. Quantos times são possíveis com exatamente 4 mulheres? E com no mínimo 4 mulheres? E com no mínimo tantas mulheres quantos homens?

9. Seis símbolos distintos devem ser transmitidos através de um canal de comunicação. Um total de 12 brancos devem ser inseridos entre os símbolos, com pelo menos 2 brancos entre cada par de símbolos. De quantas maneiras os símbolos e brancos podem ser arranjados?

10. De quantas maneiras se pode distribuir n objetos distintos em n caixas distintas, de forma que nenhuma caixa fique vazia? E de forma que exatamente uma caixa fique vazia?

11. Quantas maneiras existem de distribuir r bolas idênticas em n caixas distintas, ficando exatamente v caixas vazias?

12. Um *closet* contém 6 pares de sapatos. Quantas seleções e quantos arranjos existem de 4 destes sapatos, caso:

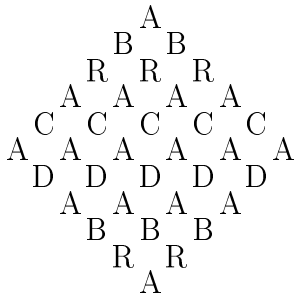
    (a) nenhum par completo seja escolhido?

    (b) 2 pares completos sejam escolhidos?

13. As 52 cartas de um baralho são distribuídas para 4 pessoas, 13 cartas para cada pessoa. Qual a probabilidade de que cada pessoa receba um ás? E de que uma das pessoas receba os 4 ases?

14. Qual a probabilidade de que 12 pessoas escolhidas aleatoriamente façam aniversário em meses diferentes? E que façam aniversário no mesmo mês? Assuma 365 dias no ano.

15. Quantas maneiras existem de soletrar ABRACADABRA no esquema abaixo?



16. Quantas sequências ternárias de 30 dígitos têm exatamente dez 1's?

17. Quantos arranjos das letras de MATHEMATICS não têm vogais consecutivas?

18. Escreva problemas equivalentes de solução de equações inteiras para:

    (a) Número de maneiras de distribuir r bolas idênticas em n caixas distintas, de forma que nenhuma caixa contenha mais de 2 bolas.

    (b) Número de subconjuntos de 3 elementos tomados de $\{a, b, c, d\}$.

    (c) Número de maneiras de distribuir r bolas idênticas em n caixas distintas, de forma que as duas primeiras caixas contenham um total de p bolas.

19. Encontrar o número de soluções em inteiros não-negativos de

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 18$$

    nas quais exatamente 2 incógnitas são nulas.

20. Encontrar o número de soluções em inteiros não-negativos para o sistema de equações:

$$\left.\begin{array}{l} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 \leq 20 \\ x_1 + x_2 + x_3 = 10 \end{array}\right\} \text{ com } x_k \geq k$$

21. Qual é o coeficiente de x^6yz^2 em $(x + y + z + w)^9$?

22. Prove, por indução, que $C(n + 1, r + 1) = \sum_{k=r}^{n} C(k, r)$.

23. Derive a identidade $C(2n, n) = \sum_{k=0}^{n} C(n, k)^2$ a partir do Teorema Binomial.

24. Prove, usando raciocínio combinatório:

    (a) $C(2n, n) = \sum_{k=0}^{n} C(n, k)^2$

    (b) $C(m + n, r) = \sum_{k=0}^{r} C(m, k)C(n, r - k)$