Matemática Discreta $2^{\underline{o}}$ semestre de 2004

Professor: Newton José Vieira

Primeira Prova/Especial

Valores das questões: 3 pontos cada uma.

1. Verifique quais dentre as afirmativas seguintes são equivalentes à afirmativa $(P \land Q) \to (R \lor S)$:
   (a) $(P \land \neg R) \to (\neg Q \lor S)$
   (b) $(\neg R \land \neg S) \to (\neg P \land \neg Q)$

2. Verifique, para cada afirmativa abaixo, se ela é tautologia, contradição ou contingência.[1]
   (a) Se a vida é curta, então se Deus existe, a vida é curta.
   (b) Se Deus existe ou não existe, então a Terra é azul.
   (c) Se Deus existe e não existe, então a Terra é azul.

3. Prove que $(A \backslash B) \backslash C = A \backslash (B \cup C)$, mostrando a equivalência das afirmativas $x \in (A \backslash B) \backslash C$ e $x \in A \backslash (B \cup C)$.

4. Explicite as formas lógicas das seguintes afirmativas.
   (a) Ninguém gosta daqueles que são antipáticos.
   (b) Todos gostam de quem gosta de Maria.
   (c) $A \subseteq B$ é condição suficiente para que A e $C \backslash B$ sejam disjuntos.

5. Analise as formas lógicas das afirmativas a seguir. Para isto, desvencilhe-se das operações sobre conjuntos (menos "$\in$"), re-expressando as afirmativas utilizando conectivos lógicos.
   (a) $x \in \cup\mathcal{F} \backslash \cap \mathcal{G}$
   (b) $C \in \mathcal{P}(A) \cap \mathcal{P}(B)$

Lembretes:

[1] O que não é tautologia nem contradição é contingência.

1: $\forall x \in A P(x)$ equivale a $\forall x(x \in A \to P(x))$.

2: $\exists x \in A P(x)$ equivale a $\exists x(x \in A \land P(x))$.

3: $\cap\mathcal{F}$ é a interseção dos conjuntos da família $\mathcal{F}$: $\{x \mid \forall A \in \mathcal{F}(x \in A)\}$.

4: $\cup\mathcal{F}$ é a união dos conjuntos da família $\mathcal{F}$: $\{x \mid \exists A \in \mathcal{F}(x \in A)\}$.

5: $\mathcal{P}(A)$ é o *conjunto potência* de A.