Bacharelado em Ciência da Computação | DCC/ICEx/UFMG
Matemática Discreta | $2^{\underline{o}}$ semestre de 2000
Professor: Newton José Vieira
Segunda Prova | 24/10/2000

Valores das questões: 3 pontos cada uma.

Notação: $\mathcal{P}(A)$ é o *conjunto potência* de A.

1. Sejam A, B, C e D conjuntos quaisquer. Prove que se $A \subseteq B$ e $C \subseteq D$, então $A \cap C \subseteq B \cap D$.

2. Mostre o que há de errado com a seguinte prova:

   Teorema. *Sejam x e y números reais. Se $x^2 + y = 13$ e $x \neq 3$, então $y \neq 4$.*

   Prova. Suponha que $x^2 + y = 13$ e $x \neq 3$. Suponha que $y = 4$. Neste caso, tem-se que $x^2 + 4 = 13$ e, portanto, $x^2 = 9$; assim, $x = 3$ ou $x = -3$, o que contradiz o fato de que $x \neq 3$. Portanto, $y \neq 4$. Conclusão: se $x^2 + y = 13$ e $x \neq 3$, então $y \neq 4$

3. Suponha que $\mathcal{F}$ e $\mathcal{G}$ são famílias de conjuntos. Prove que $\mathcal{F}$ e $\mathcal{G}$ são disjuntas ou $\cap(\mathcal{F}) \subseteq \cup(\mathcal{G})$.

4. Prove que se $A \subseteq B \backslash C$ e A não é o conjunto vazio, então $B \not\subseteq C$.

5. Prove que para quaisquer conjuntos A e B, $\mathcal{P}(A) \cup \mathcal{P}(B) \subseteq \mathcal{P}(A \cup B)$.