Departamento de Ciência da Computação — ICEx/UFMG
Matemática Discreta — $1^{\underline{o}}$ semestre de 2004
Professor: Newton José Vieira

Segunda Prova — 12/05/2004

Duração: 1 hora e 30 minutos.

Valores das questões: 4 pontos cada uma.

Escolha 5 dentre as 6 questões abaixo.

---

1. Suponha que a e b são números reais. Prove que se $a < b$ então $(a + b)/2 < b$.
2. Prove que se A e $B \backslash C$ são disjuntos, então $A \cap B \subseteq C$.
3. Suponha que $\mathcal{F}$ e $\mathcal{G}$ são famílias de conjuntos. Prove que $(\cup\mathcal{F})\backslash(\cup\mathcal{G}) \subseteq \cup(\mathcal{F}\backslash\mathcal{G})$.
4. Prove que se $(A \cup B)\backslash(A \cap B) \subseteq A$ então $B \subseteq A$.
5. Suponha que A, B e C são conjuntos, A e B não são disjuntos, A e C não são disjuntos, e A tem um único elemento. Prove que B e C não são disjuntos.
6. Prove que existe um único número real x tal que para todo número real y, $xy + x - 4 = 4y$.

Algumas definições:

- $\exists x \in AP(x)$ é o mesmo que $\exists x(x \in A \wedge P(x))$.
- $\forall x \in AP(x)$ é o mesmo que $\forall x(x \in A \rightarrow P(x))$.
- $\mathcal{P}(A)$ é o conjunto potência de A, ou seja, $\{X \mid X \subseteq A\}$.
- $\cup\mathcal{F} = \{x \mid \exists A \in \mathcal{F}(x \in A)\}$.
- $\cap\mathcal{F} = \{x \mid \forall A \in \mathcal{F}(x \in A)\}$.
- A e B são *disjuntos* sse $A \cap B = \emptyset$.