Bacharelado em Ciência da Computação | DCC/ICEx/UFMG
Matemática Discreta/Turma M | $1^{\underline{o}}$ semestre de 1997
Professor: Newton José Vieira
Quarta Prova | 19/06/97

1. Explique como o seguinte problema pode ser resolvido por meio de grafos:

   Em uma certa ilha, algumas vilas são ligadas por estradas, de forma que, a partir de qualquer vila consegue-se viajar até qualquer outra. Mas ainda não existe serviço telefônico na ilha. Necessita-se instalar linhas telefônicas de forma que cada par de vilas seja ligado por uma conexão telefônica (não necessariamente direta). É mais barato instalar as linhas ao longo das estradas existentes. Ao longo de quais trechos de estradas deve-se instalar linhas telefônicas, de forma que todo par de vilas seja ligado, e o número total de quilômetros de linhas seja minimizado?

2. Sabe-se que em certa competição de futebol foram realizadas 20 partidas. Se cada equipe jogou no mínimo 4 partidas, qual o maior número possível de equipes que podem ter participado da competição?

3. Em certo grupo de 19 pessoas, sabe-se que:

   - todos os irmãos de cada pessoa participam do grupo;
   - cada pessoa tem pelo menos um irmão;
   - 10 pessoas têm um número ímpar de irmãos;
   - 9 pessoas têm um número par de irmãos.

   Se o grupo for particionado de maneira que todos os irmãos, e apenas irmãos, fiquem no mesmo subgrupo, quantos subgrupos serão formados:

   (a) no mínimo?
   (b) no máximo?

   Dê também os tamanhos dos subgrupos em cada caso.

4. Sabe-se que um certo Matusalém da Silva tem 1000 descendentes que não tiveram filhos (pelo menos até o momento). Sabe-se ainda que cada descendente com filhos teve de 4 a 10 filhos. Determine qual é o número de descendentes que Matusalém pode ter (o mínimo e o máximo).

5. Deseja-se marcar o dia do exame especial para cada uma das 4 disciplinas A, B, C e D, de tal forma que nenhum aluno venha a prestar mais de um exame em um mesmo dia. A relação de alunos inscritos para prestar exame em cada disciplina é:

   - A: alunos a, b, c;

- B: alunos b, d, f, g;
- C: alunos a, b, e;
- D: alunos d, g, h.

Determine:

(a) o número de maneiras de alocar dias para os exames, com n dias disponíveis.

(b) o número mínimo de dias para escalonar os exames, e o número de escalonamentos possíveis.