Pós-Graduação em Ciência da Computação — DCC/ICEx/UFMG
Teoria de Linguagens — $2^{\underline{o}}$ semestre de 2005
Professor: Newton José Vieira
Terceira Lista de Exercícios — Entrega: até 21/11/05

Todas as MT's referidas nesta lista podem conter qualquer incremento (várias fitas, não determinismo, etc.), a menos que se diga o contrário.

1. Construa uma MT padrão que gere todos os números naturais em notação binária. A MT não deve parar nunca. Ela deve gerar 0, depois 1, depois 10, etc., separados por branco, indefinidamente. A fita deverá ficar assim:

$$\langle \mathtt{0} \sqcup \mathtt{1} \sqcup \mathtt{10} \sqcup \mathtt{11} \sqcup \mathtt{100} \sqcup \mathtt{101} \sqcup \mathtt{110} \sqcup \cdots$$

2. Construa uma MT que some dois números naturais em notação binária. Por exemplo, se o conteúdo inicial da fita de entrada for $\langle \underline{\mathtt{1}}\mathtt{01} \sqcup \mathtt{1101}$, após o processamento, seu conteúdo será $\langle \underline{\mathtt{1}}\mathtt{0010}$.

3. Construa MT's, com o menor número de transições possível, que reconheçam <u>por parada</u> as seguintes linguagens de alfabeto $\{\mathtt{0}, \mathtt{1}\}$:
   (a) O conjunto das palavras que começam com 0.
   (b) O conjunto das palavras que não começam com 0.

4. Escreva MT's que reconheçam as linguagens:
   (a) $\{\mathtt{a}^m\mathtt{b}^n\mathtt{c}^m\mathtt{d}^n \mid m, n \in \mathbf{N}\}$.
   (b) $\{xyx^Ry^R \mid x, y \in \{\mathtt{0}, \mathtt{1}\}^*\}$.
   (c) $\{\mathtt{a}^{n^2} \mid n \in \mathbf{N}\}$.
   (d) $\{\mathtt{0}^n \mid n \text{ não é primo}\}$.

5. Mostre que para toda gramática irrestrita existe uma equivalente na qual cada regra tem o lado direito maior ou igual ao lado esquerdo ou é regra λ.

6. Sejam L uma LRE e R uma linguagem recursiva. Mostre:
   (a) $L - R$ é uma LRE.
   (b) $L - R$ pode não ser recursiva.
   (c) $R - L$ pode não ser uma LRE.
   (d) $R - L$ pode ser regular.

7. Mostre que $\{R\langle M\rangle \mid \text{a MT } M \text{ pára se a entrada é } \lambda\}$ é LRE.

8. Mostre que é decidível ou que não é:
   (a) Dada uma MT M e um número natural n, determinar se M reconhece alguma palavra de n ou menos símbolos.
   (b) Dada uma MT M e uma palavra w, determinar se M escreve algum símbolo diferente do branco, ao processar w.

(c) Dada uma MT M e uma palavra w, determinar se M lê algum branco ao processar w.

(d) Dada uma MT M, determinar se $|L(M)| > 1$.

9. Para cada PD abaixo, mostre que o mesmo é indecidível:

   (a) Dados uma MT M, uma palavra w e um estado e de M, determinar se a computação de M para a entrada w atinge o estado e.

   (b) Dada uma MT M, determinar se a computação de M para a entrada λ "volta" ao estado inicial de M.

   (c) Dados uma MT M e um símbolo a de M, determinar se a computação de M para a entrada a escreve a na fita em algum momento.

   (d) Dados uma MT M e uma expressão regular r, determinar se $L(M) \cap L(r) = \emptyset$.

10. Mostre que os seguinte problemas são ou não decidíveis:

    (a) Dadas duas GLCs G_1 e G_2, determinar se $L(G_1) \cap L(G_2)$ é finito.

    (b) Dado um AP M, determinar se $\overline{L(M)}$ é finito.

    (c) Dadas uma GR G_R e uma GLC G_L, determinar se $L(G_R) \cap L(G_L) = \emptyset$.

    (d) Dadas uma GR G_R e uma GLC G_L, determinar se $L(G_R) \subseteq L(G_L)$.

11. Mostre que são indecidíveis os problemas de determinar, dadas duas GLC's G_1 e G_2, que:

    (a) $L(G_1) = L(G_2)$

    (b) $L(G_1) \subseteq L(G_2)$