Pós-Graduação em Ciência da Computação — DCC/ICEx/UFMG

Teoria de Linguagens — $2^{\underline{o}}$ semestre de 2007

Professor: Newton José Vieira

Primeira Prova/Solução do professor — 24/09/2007

1. Seja a gramática $G = (\{A, B\}, \{\mathtt{a}, \mathtt{b}\}, R, A)$ em que R é constituído das quatro regras:

$$A \to \mathtt{a}A\mathtt{b} \mid B$$
$$B \to \mathtt{b}B \mid \lambda$$

   a) Apresente um esquema de derivação que mostre como derivar qualquer palavra de $L(G)$.
   b) Descreva $L(G)$.
   c) Prove que $L(G)$ é ou não é regular.

Solução:

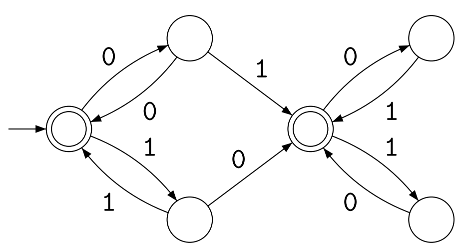
a)
$$\begin{array}{rll} A & \stackrel{n}{\Rightarrow} \mathtt{a}^n A \mathtt{b}^n & (A \to \mathtt{a}A\mathtt{b}\ n \text{ vezes}, n \geq 0) \\ & \Rightarrow \mathtt{a}^n B \mathtt{b}^n & (A \to B) \\ & \stackrel{k}{\Rightarrow} \mathtt{a}^n \mathtt{b}^k B \mathtt{b}^n & (B \to \mathtt{b}B\ k \text{ vezes}, k \geq 0) \\ & \Rightarrow \mathtt{a}^n \mathtt{b}^k \mathtt{b}^n & (B \to \lambda) \end{array}$$

b) $L(G) = \{\mathtt{a}^m \mathtt{b}^n \mid m \leq n\}$.

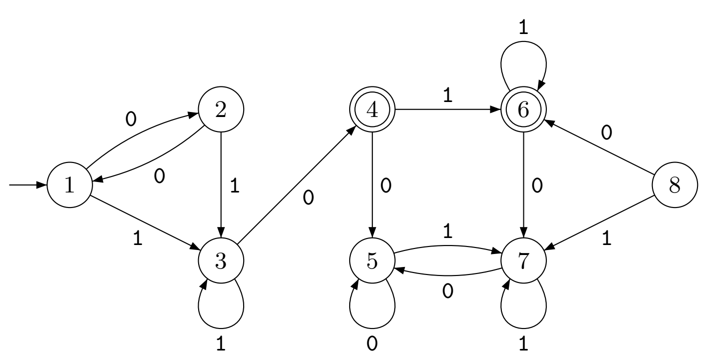
c) Suponha que $L(G)$ seja regular, seja k a constante mencionada no LB e $z = \mathtt{a}^k\mathtt{b}^k$. Como $z \in L(G)$ e $|z| \geq k$, o LB diz que existem u, v e w tais que $z = uvw$, $|uv| \leq k$, $v \neq \lambda$ e $uv^iw \in L(G)$ para todo $i \geq 0$. Sendo $z = uvw$ e $|uv| \leq k$, v contém apenas $\mathtt{a}$s, e sendo $v \neq \lambda$, $k + |v| > k$ e, portanto, $uv^2w = \mathtt{a}^{k+|v|}\mathtt{b}^k \notin L(G)$. Isso contradiz o LB. Logo, $L(G)$ não é regular.

2. Obtenha um AFD que reconheça $\{\mathtt{00}, \mathtt{11}\}^*\{\mathtt{01}, \mathtt{10}\}^*$.

Solução:



3. Seja o AFD com o seguinte diagrama de estados:



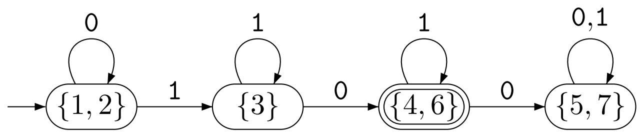
   a) Obtenha o diagrama de estados de um AFD mínimo equivalente. (Denote cada estado como um conjunto de estados equivalentes.)
   b) Que linguagem é reconhecida pelo AFD em questão?

Solução:

a) Inicialmente, deve-se eliminar o estado 8, inalcançável a partir do inicial. As partições induzidas pela relação de equivalência entre estados evoluem assim:

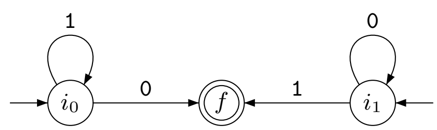
S_0: $\{1,2,3,5,7\}$ $\{4,6\}$;
S_1: $\{1,2,5,7\}$ $\{3\}$ $\{4,6\}$;
S_2: $\{1,2\}$ $\{5,7\}$ $\{3\}$ $\{4,6\}$;
S_3: $\{1,2\}$ $\{5,7\}$ $\{3\}$ $\{4,6\}$.

Diagrama de estados do AFD mínimo:



b) Linguagem: $\{\mathtt{0}\}^*\{\mathtt{1}\}\{\mathtt{1}\}^*\{\mathtt{0}\}\{\mathtt{1}\}^*$.

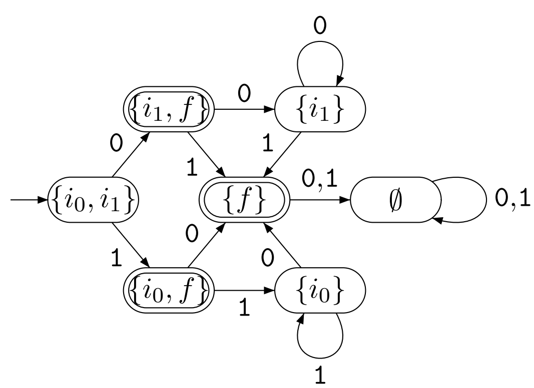
4. Seja o AFN com o seguinte diagrama de estados:



a) Que linguagem é reconhecida pelo AFN em questão?
b) Obtenha um AFD equivalente pelo método de construção-de-subconjuntos.

Solução:

a) $\{\mathtt{0}\}^*\{\mathtt{1}\} \cup \{\mathtt{1}\}^*\{\mathtt{0}\}$.
b) AFD:



5. Prove que os seguintes conjuntos não são linguagens regulares, utilizando propriedades de fechamento:

a) $\{\mathtt{0}^n\mathtt{1}^n \mid n \geq 1000\}$;
b) $\{\mathtt{0}^m\mathtt{1}^n \mid m \neq n\}$.

Solução:

a) $L = \{\mathtt{0}^n\mathtt{1}^n \mid n \geq 1000\}$.
Suponha que L seja regular. A linguagem $\{\mathtt{0}^n\mathtt{1}^n \mid n < 1000\}$ é regular, pois é finita. Como as linguagens regulares são fechadas sob união, então $L \cup \{\mathtt{0}^n\mathtt{1}^n \mid n < 1000\}$ é regular. Mas $L \cup \{\mathtt{0}^n\mathtt{1}^n \mid n < 1000\} = \{\mathtt{0}^n\mathtt{1}^n \mid n \geq 0\}$, que não é regular. Contradição! Portanto, L não é regular.

b) $L = \{\mathtt{0}^m\mathtt{1}^n \mid m \neq n\}$.

Suponha que L seja regular. Como as linguagens regulares são fechadas sob complementação, $\overline{L}$ é regular. Como $\{\mathtt{0}\}^*\{\mathtt{1}\}^*$ também é uma linguagem regular e linguagens regulares são fechadas sob interseção, $\overline{L} \cap \{\mathtt{0}\}^*\{\mathtt{1}\}^*$ deve ser regular. Mas, $\overline{L} \cap \{\mathtt{0}\}^*\{\mathtt{1}\}^* = \{\mathtt{0}^n\mathtt{1}^n \mid n \geq 0\}$, que não é regular. Contradição! Portanto, L não é regular.