Pós-Graduação em Ciência da Computação — DCC/ICEx/UFMG
Teoria de Linguagens/DINTER — 2º semestre de 2010
Professor: Newton José Vieira
Segunda Prova — 29/10/2010

Faça 12 questões dentre as seguintes.

1. Construa APDs que reconheçam as linguagens:
   (a) $\{\mathtt{0}^{3n}\mathtt{1}^{2n} \mid n \geq 0\}$
   (b) $\{\mathtt{0}^m\mathtt{1}^n \mid m < n\}$

2. Construa um APD que reconheça toda palavra com parênteses balanceados. Exemplos de palavras da linguagem: λ, `()`, `(())()`. Exemplos de palavras que não pertencem à linguagem: `(`, `)(`, `())`.

   Generalize para o caso em que existem n tipos de parênteses. Neste caso, considere que cada ocorrência de um abre parênteses, a_i, tem de ser seguida à direita por uma ocorrência do fecha parênteses respectivo, b_i, sendo que entre a_i e b_i só pode ocorrer uma palavra com parênteses balanceados. Se $i = 2$, $a_1 =$ `(`, $b_1 =$ `)`, $a_2 =$ `[`, $b_2 =$ `]`, seriam exemplos de palavras da linguagem: λ, `()`, `[()]()`, `[[()]()]([])`. Exemplos de palavras que não pertencem à linguagem: `(`, `][`, `()]`, `(]`, `([)]`.

3. Construa APNs que reconheçam as linguagens seguintes por estado final e pilha vazia:
   (a) $\{\mathtt{0}^n\mathtt{1}^n \mid n \geq 0\} \cup \{\mathtt{0}^n\mathtt{1}^{2n} \mid n \geq 0\}$
   (b) $\{\mathtt{0}^n\mathtt{1}^k \mid n \leq k \leq 2n\}$

4. Construa GLCs para as linguagens:
   (a) $\{\mathtt{a}^m\mathtt{b}^n\mathtt{c}^{3m+2n+1} \mid m, n \geq 0\}$
   (b) $\{\mathtt{a}^n\mathtt{b}^{2n+k}\mathtt{c}^{3k} \mid n, k \geq 0\}$
   (c) $\{\mathtt{a}^m\mathtt{b}^n\mathtt{c}^k \mid n > m + k\}$

5. Construa GLCs para:
   (a) $L_1 = \{\mathtt{0}^n\mathtt{1}^k \mid 2n \leq k \leq 3n\}$
   (b) $L_2 = \{\mathtt{a}^n\mathtt{b}^k\mathtt{c}^m \mid k = 2n + m\}$
   (c) $(L_1 \cup L_2)^2$

6. Construa uma gramática sem regras λ equivalente à seguinte:

$$\begin{array}{lcl} P & \to & BPA \mid A \\ A & \to & \mathtt{a}A \mid B \mid \lambda \\ B & \to & B\mathtt{ba} \mid \lambda \end{array}$$

7. Seja a gramática G:

$$
\begin{array}{lcl}
P & \rightarrow & A \mid BC \\
A & \rightarrow & B \mid C \\
B & \rightarrow & \mathtt{b}B \mid \mathtt{b} \\
C & \rightarrow & \mathtt{c}C \mid \mathtt{c}
\end{array}
$$

(a) Construa uma gramática equivalente a G, sem regras de cadeias.

(b) Mostre que a gramática construída contém símbolos inúteis.

8. Seja G uma gramática e $w \in L(G)$, de tamanho n. Para os casos em que G está na forma normal de Chomsky e em que está na forma normal de Greibach, determine:

   (a) O tamanho de uma derivação de w.

   (b) A profundidade máxima de uma AD de w.

   (c) A profundidade mínima de uma AD de w.

9. Use o lema do bombeamento para mostrar que as seguintes linguagens não são livres do contexto:

   (a) $\{\mathtt{a}^{n^2} \mid n \geq 0\}$

   (b) $\{\mathtt{a}^n\mathtt{b}^{2n}\mathtt{a}^n \mid n \geq 0\}$

10. Mostre que sim ou que não: as linguagens livres do contexto são fechadas sob diferença.

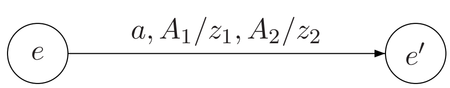
11. Construa um AP para $L_1 = \{w \in \{\mathtt{0},\mathtt{1}\}^* \mid \; w$ tem mais $\mathtt{1}$'s que $\mathtt{0}$'s$\}$. Construa um AFD para $L_2 = \{w \in \{\mathtt{0},\mathtt{1}\}^* \mid \; |w| \geq 2$ e o penúltimo símbolo de w é $\mathtt{1}\}$. Usando o método da prova do Teorema 29 construa um AP para $L_1 \cap L_2$.

12. Seja um AP cuja pilha pode conter, no máximo, n símbolos. Que limitações terá tal tipo de AP? Justifique sua resposta.

13. Um autômato de duas pilhas é uma sêxtupla $M = (E, \Sigma, \Gamma, \delta, I, F)$, em que:

   - E, Σ, Γ,I e F são como em APNs; e
   - δ é uma função de $E \times (\Sigma \cup \{\lambda\}) \times (\Gamma \cup \{\lambda\}) \times (\Gamma \cup \{\lambda\})$ para D, onde D é constituído dos subconjuntos finitos de $E \times \Gamma^* \times \Gamma^*$.

   Uma transição neste tipo de autômato manipula duas pilhas simultaneamente. Assim, a transição $[e', z_1, z_2] \in \delta(e, a, A_1, A_2)$, que pode ser representada em um diagrama de estados por:



   significa, no caso em que nenhuma das entidades envolvidas é λ, que "estando no estado e, se o próximo símbolo de entrada for a, o símbolo no topo da pilha 1 for A_1 e o símbolo no topo da pilha 2 for A_2, há uma transição para o estado e', A_1 é desempilhado e z_1 é empilhado na pilha 1, e A_2 é desempilhado e z_2 é empilhado na pilha 2. Faça autômatos a duas pilhas que reconheçam:

   (a) $\{\mathtt{a}^n\mathtt{b}^n\mathtt{c}^n \mid n \geq 0\}$

(b) $\{\mathtt{a}^n\mathtt{b}^n\mathtt{c}^n\mathtt{d}^n \mid n \geq 0\}$

14. Prove que as seguintes afirmativas são ou não verdadeiras:

    (a) Se L é uma linguagem livre do contexto e F é finita, então $L - F$ é linguagem livre do contexto.

    (b) Se L é uma linguagem livre do contexto e R é regular, então $L - R$ é linguagem livre do contexto.

    (c) Se L não é uma linguagem livre do contexto e F é finita, então $L - F$ não é linguagem livre do contexto.

    (d) Se L não é uma linguagem livre do contexto e R é regular, então $L - R$ não é linguagem livre do contexto.

    (e) Se L não é uma linguagem livre do contexto e F é finita, então $L \cup F$ não é linguagem livre do contexto.

    (f) Se L não é uma linguagem livre do contexto e R é regular, então $L \cup R$ não é linguagem livre do contexto.