Pós-Graduação em Ciência da Computação — DCC/ICEx/UFMG
Teoria de Linguagens/DINTER — $2^{\underline{o}}$ semestre de 2010
Professor: Newton José Vieira
Terceira Prova/Solução do professor — 19/11/2010

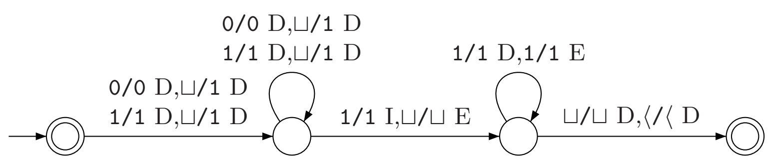
Valor de cada questão: 4 pontos, exceto a última, que vale 2 pontos.

1. Construa uma máquina de Turing não determinística de duas fitas que reconheça:

$$\{x\mathtt{1}^n \mid n \geq 0,\ x \in \{\mathtt{0},\mathtt{1}\}^* \text{ e } |x| = n\}.$$

O cabeçote da *fita de entrada* (fita 1) só poderá se movimentar para a *direita* (ou seja, a máquina deverá dar uma única passada sobre a palavra de entrada).

Solução:



2. Faça uma gramática irrestrita que gere:

$$\{x\mathtt{1}x \mid n \geq 0,\ x \in \{\mathtt{0} \text{ e } \mathtt{1}\}^*\}.$$

Se a gramática for sensível ao contexto, você ganha um ponto a mais.

Solução: Segue uma GSC.

$$\begin{aligned}
P &\to \mathtt{0}PZ \mid \mathtt{1}PU \mid M\\
\mathtt{0}Z &\to Z\mathtt{0}\\
\mathtt{1}Z &\to Z\mathtt{1}\\
\mathtt{0}U &\to U\mathtt{0}\\
\mathtt{1}U &\to U\mathtt{1}\\
MZ &\to M\mathtt{0}\\
MU &\to M\mathtt{1}\\
M &\to \mathtt{1}
\end{aligned}$$

3. Sejam R uma linguagem recursiva e L uma linguagem recursivamente enumerável. Para os casos a seguir, diga se a linguagem é (1) <u>necessariamente</u> recursivamente enumerável, (2) <u>necessariamente</u> não recursivamente enumerável, ou (3) nem uma coisa nem outra (ou seja, pode ser recursivamente enumerável e pode não ser). Justifique suas respostas (resposta sem justificativa válida será desconsiderada).

   (a) $\Sigma^* - R$.
   (b) $\Sigma^* - L$.
   (c) $L - R$.
   (d) $R - L$.

Solução:

(a) $\Sigma^* - R$ é recursiva, pois a classe das linguagens recursivas é fechada sob complementação. Logo, $\Sigma^* - R$ é necessariamente recursivamente enumerável.

(b) Como as linguagens recursivamente enumeráveis não são fechadas sob complementação, $\Sigma^* - L$ pode não ser recursivamente enumerável. Mas pode ser (por exemplo, nos casos em que L é recursiva).

(c) As linguagens recursivamente enumeráveis são fechadas sob interseção e as recursivas sob complementação. Logo, $L - R = L \cap \overline{R}$ é recursivamente enumerável.

(d) Segue de (b) que $R - L$ pode ser e pode não ser recursivamente enumerável.

4. Mostre para cada um dos seguintes problemas, se ele é decidível ou não:

   (a) Dada uma máquina de Turing M e um número natural n, determinar se M reconhece alguma palavra de n símbolos.

   (b) Dada uma máquina de Turing M e uma palavra w, determinar se, ao processar w, M passa por algum estado mais de uma vez.

Solução:

(a) Indecidível. Se este problema fosse decidível, o da fita em branco também seria, pois:

$$\lambda \in L(M) \leftrightarrow M \text{ reconhece palavra com zero símbolos.}$$

Mas, o problema da fita em branco é indecidível.

(b) Decidível. Simulando-se M sobre w, marcar cada estado em que M passa. Se M parar sem passar por algum estado já marcado, retornar *não* (M não passa por algum estado mais de uma vez). Se M voltar a algum estado já marcado, retornar *sim* (M passa por algum estado mais de uma vez). Como o conjunto de estados de M é finito, o processo termina retornando sim ou não.

5. No contexto do Teorema de Rice, o que é uma propriedade trivial de LREs? Enuncie o Teorema de Rice e dê dois exemplos de aplicação dele.

Solução:

- Uma propriedade trivial é aquela que é satisfeita por toda LRE ou por nenhuma LRE.
- Teorema de Rice: Se P é uma propriedade não trivial, então $\{R\langle M\rangle \mid L(M) \text{ satisfaz } P\}$ não é recursiva.
- Dois exemplos de problemas indecidíveis, pelo Teorema de Rice:

  (1) Dada uma MT M, determinar se $\lambda \in L(M)$.

  (2) Dada uma MT M, determinar se $L(M)$ é uma linguagem regular.