Pós-Graduação em Ciência da Computação — DCC/ICEx/UFMG

Teoria de Linguagens — $2^{\underline{o}}$ semestre de 2011

Professor: Newton José Vieira

Primeira Prova/Solução do professor — 20/09/2011

As duas primeiras questões valem 3 e as outras valem 4 pontos cada uma.

1. Seja o alfabeto $\Sigma = \{\mathtt{0}, \mathtt{1}\}$ e as linguagens $A = \Sigma\{\mathtt{1}\}\Sigma^*$ e $B = \Sigma^*\{\mathtt{1}\}$. Usando uma expressão obtida a partir de *conjuntos finitos* e operações dentre *união*, *concatenação* e *fecho de Kleene*, expresse:

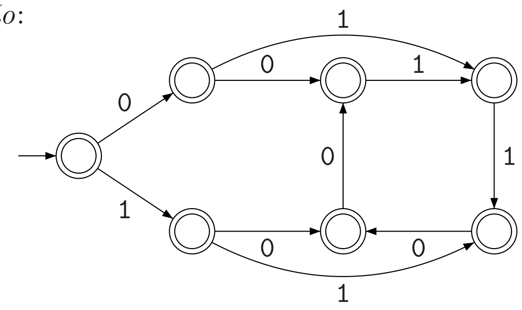
   a) $\overline{A}$.
   b) $A \cap B$.
   c) $B - A$.

   Solução:

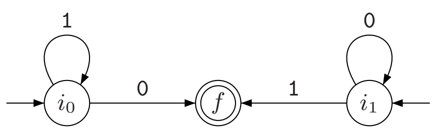
   a) $\overline{A} = \{\lambda, \mathtt{0}, \mathtt{1}\} \cup \Sigma\{\mathtt{0}\}\Sigma^*$.
   b) $A \cap B = \Sigma\{\mathtt{1}\} \cup \Sigma\{\mathtt{1}\}\Sigma^*\{\mathtt{1}\} = \Sigma\{\mathtt{1}\}(\{\lambda\} \cup \Sigma^*\{\mathtt{1}\})$.
   c) $B - A = \{\mathtt{1}\} \cup \Sigma\{\mathtt{0}\}\Sigma^*\{\mathtt{1}\} = (\{\lambda\} \cup \Sigma\{\mathtt{0}\}\Sigma^*)\{\mathtt{1}\}$.

2. Apresente o digrama de estados de um AFD que reconheça "*o conjunto das palavras em que o símbolo na posição i é diferente do símbolo na posição $i+2$, para $i \geq 1$*". Considere que o símbolo na posição 1 de uma palavra é seu primeiro símbolo, o símbolo na posição 2 é o segundo, e assim por diante.

   Solução:



3. Seja o AFN com o seguinte diagrama de estados:

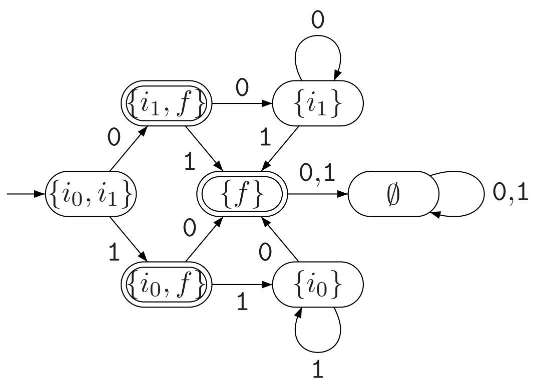


   a) Que linguagem é reconhecida pelo AFN em questão?
   b) Obtenha um AFD equivalente pelo método de construção-de-subconjuntos (aquele em que cada estado do AFD é um subconjunto dos estados do AFN).

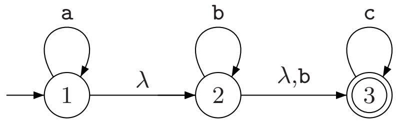
   Solução:

   a) $\{\mathtt{1}\}^*\{\mathtt{0}\} \cup \{\mathtt{0}\}^*\{\mathtt{1}\}$

b) AFD:



4. Seja o AFN-λ com o seguinte diagrama de estados:

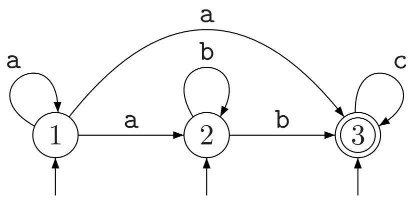


Obtenha um AFN equivalente usando o método visto em aula. Explicite, para cada estado e e símbolo s, como é feito o cálculo de $\delta'(e, s)$ nos casos em que $\delta'(e, s) \neq \delta(e, s)$ (δ é a função de transição do AFN-λ e δ' é a função de transição do AFN sendo obtido).

Solução:

$\delta'(1, \mathtt{a}) = f\lambda(\delta(1, \mathtt{a})) = f\lambda(\{1\}) = \{1, 2, 3\}$.

AFN:



5. Sejam L uma linguagem regular qualquer, $L_1 = \{\mathtt{0}\}^*$ e $L_2 = \{\mathtt{0}^k\mathtt{1}^{k+1} \mid k \geq 0\}$. Para cada linguagem a seguir, mostre que ela é regular ou que não é ou que pode ser ou não ser:

a) L_1L_2.
b) $L \cap L_1$.
c) $L \cap L_2$.
d) $L - L_1$.

Solução:

a) $L_1L_2 = \{\mathtt{0}^n\mathtt{1}^{k+1} \mid 0 \leq k \leq n\}$ não é regular:
Suponha que L_1L_2 é regular. Seja k a constante do LB e a palavra de L_1L_2 $z = \mathtt{0}^k\mathtt{1}^{k+1}$. Sejam u, v e w tais que $z = uvw$, $|uv| \leq k$ e $|v| > 0$. Neste caso, como $|uv| \leq k$, v contém apenas $\mathtt{0}$s e, assim, $uv^0w = \mathtt{0}^{k-|v|}\mathtt{1}^{k+1}$. Como $|v| > 0$, $k - |v| < k$ e, portanto, $\mathtt{0}^{k-|v|}\mathtt{1}^{k+1} \notin L_1L_2$. Isto contradiz o LB. Logo, L_1L_2 não é regular.

b) $L \cap L_1$ é regular, pois L e L_1 são regulares e as linguagens regulares são fechadas sob interseção.

c) $L \cap L_2$ pode ser regular: por exemplo, $\emptyset \cap L_2 = \emptyset$. E $L \cap L_2$ pode não ser regular: por exemplo, $\{\mathtt{0}, \mathtt{1}\}^* \cap L_2 = L_2$.

d) $L - L_1$ é regular, pois L e L_1 são regulares, $L - L_1 = L \cap \overline{L_1}$ e as linguagens regulares são fechadas sob complementação e sob interseção.