

Duração: 1 hora e 40 minutos.

1. (5 pontos) Responda sem justificar:

- (a) Sejam $A = \{\lambda, a\}$ e $B = \{a, b\}$. Quantos elementos tem:

AB
 A^nB
 AB^n
 A^nB^n
 para $n \geq 0$ arbitrário?

- (b) Simplifique:
 $(A^*)^+$
 $(A^+)^*$
 $A^* \cap A^+$
 $A^* A^+$
 $A^+ - A^*$
 $A^* - A^+$

2. (6 pontos) Prove que a linguagem

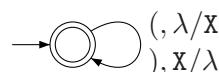
$$L = \{xy \mid x, y \in \{a, b\}^* \text{ e } |x| = |y| \text{ e } n_a(x) = n_b(y)\}$$

não é linguagem regular:¹

3. (5 pontos) Obtenha expressões regulares que denotem as linguagens abaixo.

- (a) $\{w \in \{a, b\}^* \mid \text{as posições pares de } w \text{ só contêm } a's \text{ e as ímpares só contêm } b's\}$.
 (b) $\{wa \in \{a, b, c\}^* \mid w \text{ não contém a subpalavra } abc\}$.

4. (5 pontos) O seguinte autômato de pilha determinístico reconhece a linguagem dos parênteses平衡ados:



Construa uma MT de duas fitas que reconheça tal linguagem simulando a pilha na segunda fita.

5. (6 pontos) Os problemas abaixo são indecidíveis:

- (a) Dada uma máquina de Turing M verificar se $L(M)$ contém mais de uma palavra.
 (b) Dados uma máquina de Turing M e uma expressão regular r , determinar se $L(M) \subseteq L(r)$.
 (c) Dados uma máquina de Turing M e um estado e , determinar se o estado e é alcançado, caso M receba λ como entrada.

Para quais deles se pode usar o Teorema de Rice? Se para algum deles não for possível usar o Teorema de Rice, escolha um e use redução para provar que ele é indecidível.

¹ $n_s(w)$ é o número de ocorrências do símbolo s na palavra w .