Pós-Graduação em Ciência da Computação — DCC/ICEx/UFMG
Teoria de Linguagens — $2^{\underline{o}}$ semestre de 2013
Professor: Newton José Vieira
Segunda prova/Solução do professor — 22/10/2013

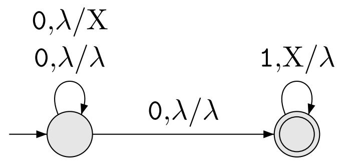
1. Para cada linguagem a seguir, construa um APD que a reconheça, se possível. Se não for possível, construa um APN. Critério de reconhecimento: por estado final **e** pilha vazia.

   a) $\{\mathtt{0}^n\mathtt{1}^k \mid n > k\}$.

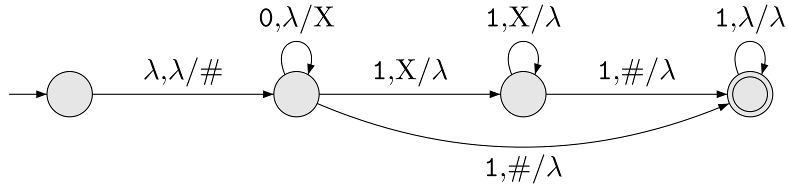
   b) $\{\mathtt{0}^n\mathtt{1}^k \mid n < k\}$.

   Solução:

   a) APN:



   b) APD:



2. Seja $L = \{\mathtt{a}^m\mathtt{b}^n\mathtt{c}^p \mid m \geq n \textbf{ ou } m \geq p\}$.

   (a) Construa uma GLC que gere L.

   (b) Mostre que a GLC construída é ambígua ou apresente uma argumentação convincente de que não é.

   Solução:

   (a)
$$\begin{aligned} P &\to XC \mid Y \\ X &\to \mathtt{a}X\mathtt{b} \mid \mathtt{a}X \mid \lambda \\ C &\to \mathtt{c}C \mid \lambda \\ Y &\to \mathtt{a}Y\mathtt{c} \mid \mathtt{a}Y \mid B \\ B &\to \mathtt{b}B \mid \lambda \end{aligned}$$

   (b) A GLC é ambígua, pois há duas derivações mais à esquerda para λ:
$$P \Rightarrow XC \Rightarrow C \Rightarrow \lambda$$
$$P \Rightarrow Y \Rightarrow B \Rightarrow \lambda$$

3. Mostre que:

   (a) Existe gramática regular ambígua.

   (b) Não existe linguagem regular inerentemente ambígua.

   Solução:

   (a) É ambígua:
$$\begin{aligned} P &\to \mathtt{a}A \mid \mathtt{a} \\ A &\to \lambda \end{aligned}$$

(b) Para qualquer linguagem regular existe um AFD M que a reconhece. Obtendo-se a gramática regular G a partir M, tem-se para qualquer palavra w:

- Existe uma única computação possível para w em M, pois M é determinística.
- À computação para w em M corresponde uma única derivação em G, propiciada por:
$$\delta(X, a) = Y \text{ é transição em } M \text{ sse } X \rightarrow aY \text{ é regra em } G.$$
- Como G é regular, tal derivação de w é mais à esquerda. Portanto, existe uma única derivação mais à esquerda de w em G. Logo, G não é ambígua.

4. Prove que $L = \{\mathtt{a}^m\mathtt{b}^n\mathtt{c}^p \mid m \geq n \text{ e } m \geq p\}$ não é livre do contexto.

Solução:

Suponha que L é livre do contexto. Seja k a constante do LB e $z = \mathtt{a}^k\mathtt{b}^k\mathtt{c}^k$. Como $|z| > k$, o lema diz que existem u, v, w, x e y tais que $z = uvwxy$, $|vwx| \leq k$, $vx \neq \lambda$ e $uv^iwx^iy \in L$ para todo $i \in \mathbf{N}$. Sejam, então, u, v, w, x e y tais que $z = uvwxy$, $|vwx| \leq k$ e $vx \neq \lambda$. Dois casos a considerar:

- vx contém $\mathtt{a}$. Como $uvwxy = \mathtt{a}^k\mathtt{b}^k\mathtt{c}^k$ e $|vwx| \leq k$, vx não contém $\mathtt{c}$s e, portanto, uv^0wx^0y tem menos $\mathtt{a}$s do que $\mathtt{c}$s. Portanto, $uv^0wx^0y \notin L$.
- vx não contém $\mathtt{a}$. Como $vx \neq \lambda$, uv^2wx^2y tem menos $\mathtt{a}$s do que $\mathtt{b}$s ou menos $\mathtt{a}$s do que $\mathtt{c}$s e, portanto, $uv^2wx^2y \notin L$.

Assim, em qualquer caso existe i tal que $uv^iwx^iy \notin L$, o que contradiz o LB. Portanto, L não é livre do contexto.

5. Dada uma GLC qualquer, como se obtém uma GLC equivalente sem regras unitárias? Descreva de forma **precisa** um método para tal obtenção. (Regras unitárias são da forma $A \rightarrow B$, em que A e B são variáveis.)

Solução:

Seja uma GLC $G = (V, \Sigma, R, P)$. Para obter G' sem regras unitárias equivalente:

- Determine para cada $X \in V$:
$$\text{enc}(X) = \{X\} \cup \{Y_n \in V \mid X \rightarrow Y_1, Y_1 \rightarrow Y_2, \ldots, Y_{n-1} \rightarrow Y_n \in R, \forall i \geq 1(Y_i \in V)\}.$$
- $G' = (V, \Sigma, R', P)$, em que
$$R' = \{X \rightarrow w \mid w \notin V \text{ e existe } Y \in \text{enc}(X) \text{ tal que } Y \rightarrow w \in R\}.$$

6. Apresente exemplos de LLCs L_1 e L_2 tais que $L_1 \cap L_2$:

(a) É regular.
(b) É LLC, mas não é regular.
(c) Não é LLC.

Solução:

(a) $L_1 = L_2 = \emptyset$.
(b) $L_1 = \{\mathtt{a}^n\mathtt{b}^n \mid n \in \mathbf{N}\}$; $L_2 = \Sigma^*$.
(c) $L_1 = \{\mathtt{a}^n\mathtt{b}^n\mathtt{c}^k \mid n, k \in \mathbf{N}\}$; $L_2 = \{\mathtt{a}^n\mathtt{b}^k\mathtt{c}^k \mid n, k \in \mathbf{N}\}$.