Pós-Graduação em Ciência da Computação — DCC/ICEx/UFMG
Teoria de Linguagens — $2^{\underline{o}}$ semestre de 2014
Professor: Newton José Vieira
Primeira prova/Solução do professor — 16/09/2014.

1. Começando com *conjuntos finitos*, usando apenas as operações de *união*, *interseção*, *concatenação* e/ou *fecho de Kleene*, expresse as linguagens a seguir:

   (a) $\{w \in \{\mathtt{0},\mathtt{1}\}^* \mid w$ contém $\mathtt{00}$ como prefixo e como sufixo$\}$.

   (b) $\{w \in \{\mathtt{0},\mathtt{1}\}^* \mid w$ contém $\mathtt{00}$ e $|w|$ é par$\}$.

   Solução:

   (a) $\{\mathtt{00}\}\{\mathtt{0},\mathtt{1}\}^*\{\mathtt{00}\} \cup \{\mathtt{00},\mathtt{000}\}$.

   (b) $(\{\mathtt{0},\mathtt{1}\}^*\{\mathtt{00}\}\{\mathtt{0},\mathtt{1}\}^*) \cap (\{\mathtt{0},\mathtt{1}\}\{\mathtt{0},\mathtt{1}\})^*$.

2. Diga que linguagens são geradas pelas gramáticas:

   (a) $(\{A\},\{\mathtt{0},\mathtt{1}\},R_1,A)$, sendo R_1 constituído de:
   $A \rightarrow \mathtt{0}A \mid A\mathtt{01} \mid \mathtt{1}$

   (b) $(\{S,A\},\{\mathtt{0},\mathtt{1}\},R_2,S)$, sendo R_2 constituído de:
   $S \rightarrow AS \mid \lambda$
   $A \rightarrow \mathtt{0}A\mathtt{0} \mid \mathtt{1}$

   Solução:

   (a) $\{\mathtt{0}\}^*\{\mathtt{1}\}\{\mathtt{01}\}^*$.

   (b) $\{\mathtt{0}^n\mathtt{1}\mathtt{0}^n \mid n \in \mathbb{N}\}^*$.

3. Sejam os PDs:

   - P1: dadas uma gramática G, uma palavra w e um número n, determinar se é verdade que $P \overset{n}{\Rightarrow} w$ em G.
   - P2: dados dois AFNλ M_1 e M_2, determinar se $L(M_1) = L(M_2)$.

   Para cada um deles, dizer:

   (a) Quantos parâmetros ele tem.

   (b) Se ele é decidível e por que.

   Solução:

   (a) P1 tem 3 parâmetros e P2 tem 2 parâmetros.

   (b)
   - P1 é decidível, pois o conjunto de todas as derivações de n passos é finito: basta gerar x tal que $P \overset{n}{\Rightarrow} x$ até que $x = w$ ou então esgotar todo o conjunto.
   - P2 é decidível: obtendo-se AFDs equivalentes a M_1 e M_2 e, em seguida, minimizando-se ambos os AFDs, os resultados das minimizações são o mesmo AFD (a menos dos nomes dos estados) sse $L(M_1) = L(M_2$.

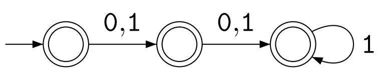
4. Construa AFDs que reconheçam as linguagens:

   (a) $\{\lambda,\mathtt{0},\mathtt{1}\}\{\lambda,\mathtt{0},\mathtt{1}\}\{\mathtt{1}\}^*$;

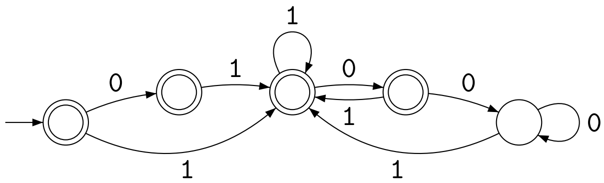
   (b) $\{w \in \{\mathtt{0},\mathtt{1}\}^* \mid \mathtt{00}$ não é prefixo nem sufixo de $w\}$;

   Solução:

(a)



(b)



5. Explique como construir um autômato finito para a linguagem $\{w \in L_1L_2 \,|\, w \notin L_3\}$ a partir de três AFDs, M_1 que reconhece L_1, M_2 que reconhece L_2 e M_3 que reconhece L_3. Explicite os passos apenas mencionando os métodos de obtenção e de transformação de autômatos vistos durante o curso; não há necessidade de expor os detalhes de tais métodos.

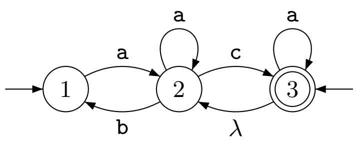
   Solução: O AFD M_5, assim construído, reconhece a linguagem:

   (a) $M_4 \leftarrow$ AFNλ obtido de M_1 e M_2 que reconhece L_1L_2;
   (b) $M_4' \leftarrow$ AFN equivalente a M_4;
   (c) $M_4'' \leftarrow$ AFD equivalente a M_4';
   (d) $M_3' \leftarrow$ AFD que reconhece $\overline{L(M_3)}$;
   (e) $M_5 \leftarrow$ AFD produto de M_4'' e M_3' que reconhece $L(M_4'') \cap L(M_3')$.

6. Prove que $L = \{w \in \{\mathtt{0}, \mathtt{1}\}^* \,|\, w = w^R\}$ e $\overline{L}$ não são regulares.

   Solução: Suponha que L seja regular. Seja k a contante do LB e $z = \mathtt{0}^k\mathtt{1}\mathtt{0}^k$. O LB diz que existem u, v, e w tais que $z = uvw$, $|uv| \leq k$, $|v| > 0$ e $uv^iw \in L$ para $i \in \mathbb{N}$. Como $uvw = \mathtt{0}^k\mathtt{1}\mathtt{0}^k$ e $|uv| \leq k$, $uv^2w = \mathtt{0}^{k+|v|}\mathtt{1}\mathtt{0}^k$. Mas $\mathtt{0}^{k+|v|}\mathtt{1}\mathtt{0}^k \notin L$, pois $|v| > 0$ e, neste caso, existe um único $\mathtt{1}$ e ele não é o símbolo central. Isto contradiz o LB. Logo, L não é regular. Como L não é regular, $\overline{L}$ também não é: se fosse, $\overline{\overline{L}}$ seria...

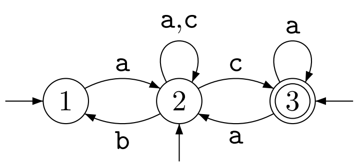
7. Seja o seguinte AFNλ:



   (a) Obtenha um AFN equivalente utilizando o método apresentado em aula.
   (b) Obtenha, em seguida, um AFD equivalente.

   Solução:

   (a) AFN:



   (b) AFD: