Pós-Graduação em Ciência da Computação — DCC/ICEx/UFMG

Teoria de Linguagens — $2^{\underline{o}}$ semestre de 2014

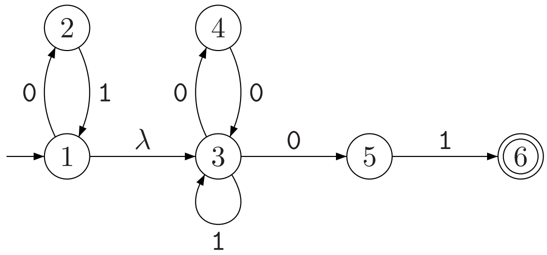
Professor: Newton José Vieira

Segunda Prova/Solução do professor

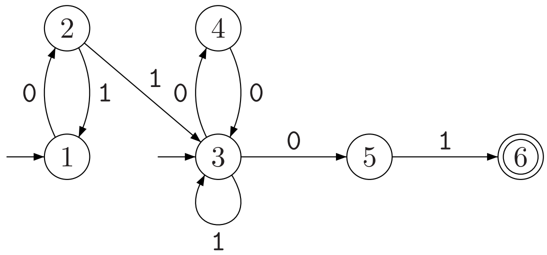
1. Construa um AFD que reconheça a linguagem denotada por $(01)^*(00+1)^*01$.

   Solução:

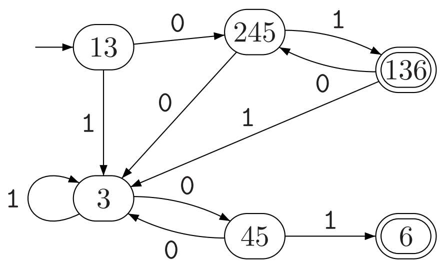
   Um AFNλ:



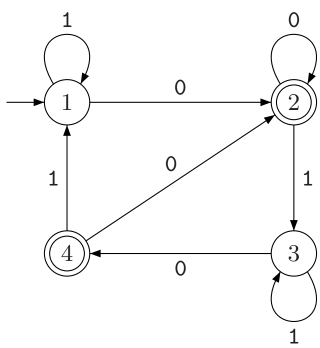
   AFN correspondente:



   AFD correspondente:

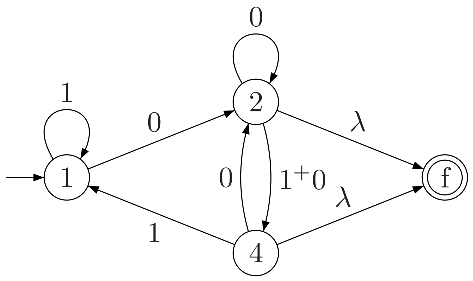


2. Obtenha uma expressão que denote a linguagem reconhecida pelo AFD:

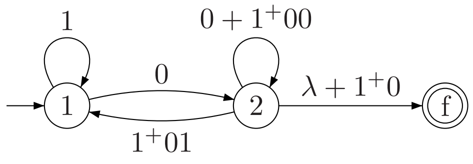


   Solução:

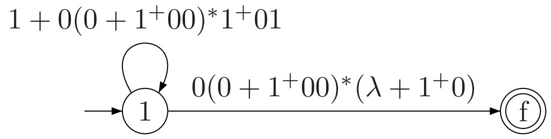
   Acrescentando-se um estado final, f, com transições λ de 2 e de 4 para f, e eliminando-se 3 em seguida:



Eliminando-se 4:



Eliminando-se 2:



ER: $(1 + 0(0 + 1^{+}00)^{*}1^{+}01)^{*}0(0 + 1^{+}00)^{*}(\lambda + 1^{+}0)$.

3. Construa uma GLC que gere $\{\mathtt{a}^m\mathtt{b}^n\mathtt{c}^k \mid m \geq n \text{ ou } n \leq k\}$. Prove que sua GLC é ambígua mostrando duas derivações mais a esquerda de λ (se houver).

   Solução:

   GLC:

$$
\begin{aligned}
P &\to XC \mid AY \\
X &\to \mathtt{a}X \mid \mathtt{a}X\mathtt{b} \mid \lambda \qquad \text{gera } \{\mathtt{a}^m\mathtt{b}^n \mid m \geq n\} \\
C &\to \mathtt{c}C \mid \lambda \\
Y &\to \mathtt{b}Y\mathtt{c} \mid Y\mathtt{c} \mid \lambda \qquad \text{gera } \{\mathtt{b}^n\mathtt{c}^k \mid n \leq k\} \\
A &\to \mathtt{a}A \mid \lambda
\end{aligned}
$$

   Duas derivações mais a esquerda de λ:

   1: $P \Rightarrow XC \Rightarrow C \Rightarrow \lambda$
   2: $P \Rightarrow AY \Rightarrow Y \Rightarrow \lambda$

4. Seja a GLC:

$$
\begin{aligned}
P &\to A \mid \mathtt{10} \\
A &\to \mathtt{0}A\mathtt{1} \mid B \\
B &\to \mathtt{00}B \mid B\mathtt{11} \mid \lambda
\end{aligned}
$$

   Aplique, em sequência, os métodos vistos em aula para:

   (a) eliminar regras λ;
   (b) eliminar regras unitárias.
   (c) obter uma GLC equivalente na forma normal de Chomsky.

Solução:

(a) Variáveis anuláveis: $\{B, A, P\}$. GLC resultante:

$$\begin{aligned} P &\to A \,|\, \mathtt{10} \,|\, \lambda \\ A &\to \mathtt{0}A\mathtt{1} \,|\, \mathtt{01} \,|\, B \\ B &\to \mathtt{00}B \,|\, B\mathtt{11} \,|\, \mathtt{00} \,|\, \mathtt{11} \end{aligned}$$

(b) $\text{enc}(P) = \{P, A, B\}$, $\text{enc}(A) = \{A, B\}$, $\text{enc}(B) = \{B\}$. GLC resultante:

$$\begin{aligned} P &\to \mathtt{0}A\mathtt{1} \,|\, \mathtt{01} \,|\, \mathtt{10} \,|\, \mathtt{00}B \,|\, B\mathtt{11} \,|\, \mathtt{00} \,|\, \mathtt{11} \,|\, \lambda \\ A &\to \mathtt{0}A\mathtt{1} \,|\, \mathtt{01} \,|\, \mathtt{00}B \,|\, B\mathtt{11} \,|\, \mathtt{00} \,|\, \mathtt{11} \\ B &\to \mathtt{00}B \,|\, B\mathtt{11} \,|\, \mathtt{00} \,|\, \mathtt{11} \end{aligned}$$

(c) Forma normal de Chomsky:

$$\begin{aligned} P &\to ZR \,|\, ZU \,|\, UZ \,|\, ZS \,|\, BT \,|\, ZZ \,|\, UU \,|\, \lambda \\ A &\to ZR \,|\, ZU \,|\, ZS \,|\, BT \,|\, ZZ \,|\, UU \\ B &\to ZS \,|\, BT \,|\, ZZ \,|\, UU \\ R &\to AU \\ S &\to ZB \\ T &\to UU \\ Z &\to \mathtt{0} \\ U &\to \mathtt{1} \end{aligned}$$

5. Prove que $\{\mathtt{a}^m\mathtt{b}^n\mathtt{c}^k \,|\, k = min(m, n)\}$ é ou que não é livre do contexto. $min(m, n)$ é o menor valor entre m e n.

Solução:

Seja L a linguagem em questão e suponha que a mesma seja livre do contexto. Seja k a constante do LB e $z = \mathtt{a}^k\mathtt{b}^k\mathtt{c}^k$. Como $|z| > k$, o LB diz que existem u, v, w, x, y tais que $z = uvwxy$, $|vwx| \leq k$, $|vx| > 0$ e $uv^iwx^iy \in L$ para todo $i \geq 0$. Considere os dois casos:

1. vx contém o símbolo `c`. Como $|vwx| \leq k$, vx não contém `a`s. E como $|vx| > 0$, uv^2wx^2y contém mais `c`s do que `a`s (o número de `a`s é k e o de `c`s é maior do que k) e, portanto, o número de `c`s não é o mínimo entre o número de `a`s e o de `b`s . Logo, $uv^2wx^2y \notin L$.
2. vx não contém `c`. Como $|vx| > 0$, uv^0wx^0y contém mais `c`s do que `a`s e/ou `b`s (o número de `a`s e/ou de `b`s é menor do que k e o de `c`s é k) e, portanto, o número de `c`s não é o mínimo entre o número de `a`s e o de `b`s. Logo, $uv^2wx^2y \notin L$.

Portanto, em qualquer caso há contradição com o que diz o LB, podendo-se concluir que L não é livre do contexto.