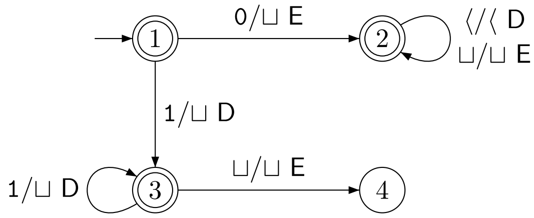
Pós-Graduação em Ciência da Computação | DCC/ICEx/UFMG
Teoria de Linguagens | $2^{\underline{o}}$ semestre de 2014
Professor: Newton José Vieira
Terceira Prova/Solução do professor | 2/12/2013

1. Seja a MT $M = (\{1,2,3,4\}, \{\mathtt{0},\mathtt{1}\}, \{\mathtt{0},\mathtt{1},\langle,\sqcup\}, \langle, \sqcup, \delta, 1, \{1,2,3\})$ com o diagrama de estados:

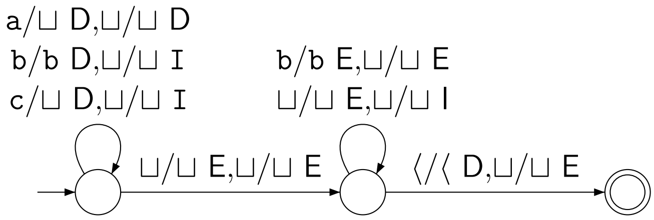


Expresse a linguagem reconhecida por M por meio de uma expressão regular.

Solução: $\lambda + 11^*0(0+1)^*$

2. Construa uma MT de duas fitas que reconheça $\{w \in \{\mathtt{a},\mathtt{b},\mathtt{c}\}^* \mid n_{\mathtt{a}}(w) > n_{\mathtt{b}}(w)\}$. ($n_{\mathtt{a}}(w)$: número de as na palavra w.)

Solução:



3. No curso, foi mostrado como construir em três passos, a partir de uma MT $M = (E, \Sigma, \Gamma, \langle, \sqcup, \delta, i, F)$, uma gramática que gera $L(M)$. Mostre regras para o primeiro passo, em que é gerada toda forma sentencial $w\langle iw\rangle$ a partir do símbolo de partida P. Nesta forma sentencial, $\langle$, i e $\rangle$ são variáveis e $w \in \Sigma^*$.

Solução: Sejam $\Sigma = \{a_1, \ldots, a_n\}$ o alfabeto de M (e de terminais da gramática) e $\{A_1, \ldots, A_n\}$ variáveis para a gramática. As regras:

$$P \to B\rangle$$
$$B \to a_j B A_j \text{ para } 1 \le j \le n$$
$$B \to \langle i$$
$$a_j A_k \to A_k a_j \text{ para } 1 \le j \le n \text{ e } 1 \le k \le n$$
$$iA_k \to ia_k \text{ para } 1 \le k \le n$$

4. Mostre que para um autômato de pilha P e uma expressão regular r arbitrários:
   (a) É decidível determinar se $L(P) \subseteq L(r)$.
   (b) É indecidível determinar se $L(r) \subseteq L(P)$.

Solução:

(a) $L(P) \subseteq L(r)$ sse $L(P) \cap \overline{L(r)} = \emptyset$ sse $L(G) = \emptyset$, onde G é obtido assim:

   (a) de r obtém-se um AFD M tal que $L(M) = L(r)$;
   (b) de M obtém-se um AFD M' tal que $L(M') = \overline{L(M)}$;
   (c) de P e M' obtém-se um AP P' tal que $L(P') = L(P) \cap L(M')$;
   (d) de P' obtém-se uma GLC G tal que $L(G) = L(P')$.

   Como o problema de determinar se $L(G) = \emptyset$ é decidível, o problema em questão é decidível.

(b) O problema indecidível de determinar se $L(G) = \Sigma^*$, para GLCs G, pode ser reduzido a este produzindo-se uma expressão regular r que denote Σ^* e uma GLC G que gere $L(P)$, pois: $L(G) = \Sigma^*$ sse $\Sigma^* \subseteq L(G)$.

5. Mostre que é decidível ou que não é:

   (a) Dada uma gramática irrestrita G, determinar se $L(G) \neq \emptyset$.
   (b) Dada uma MT, determinar se ela lê `0` em algum momento para a entrada λ (fita em branco).

Solução:

(a) É indecidível. O problema de determinar se $L(M) \neq \emptyset$, para MTs M, é indecidível (pelo Teorema de Rice). Tal problema pode ser reduzido ao problema em questão produzindo-se uma gramática irrestrita G tal que $L(G) = L(M)$.

(b) É indecidível. O problema da fita em branco pode ser reduzido ao problema em questão produzindo-se M' a partir de M tal que M' só difere de M com relação a:

   - se M contém o símbolo `0`, em M' tal símbolo deve estar substituído por um símbolo diferente de todos aqueles do alfabeto de fita de M; e
   - nas situações em que M para, M' escreve `0` e, em seguida, lê o `0` escrito.